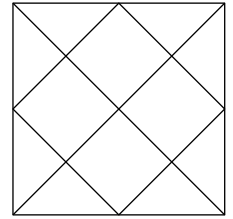


Mathe mit dem Känguru für zu Hause

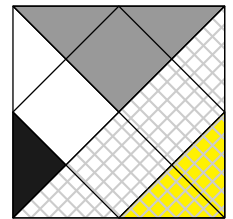
31.März

Klassenstufen 3 und 4

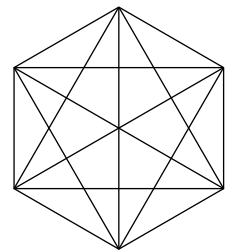
- 1** Judith hat in einem Quadrat die gegenüberliegenden Eckpunkte und die Seitenmitten miteinander verbunden. Wie viele Dreiecke kannst du in Judiths Figur finden?



Lösung: Es gibt 8 der kleinen schwarzen Dreiecke und 4 der mittleren grauen Dreiecke. Dazu kommen nochmal je Ecke ein kariertes großes Dreieck und ein gelbes kleines Dreieck, also nochmal $4 \cdot 2 = 8$ Dreiecke hinzu. Insgesamt sind es $8 + 4 + 8 = 20$ Dreiecke, die ihr findet konntet.



- 2** Lore zeichnet ein Sechseck und verbindet alle Eckpunkte miteinander. Wie viele Verbindungsstrecken hat sie eingezeichnet? Welche Zahl würde Lore erhalten, wenn sie die Strecken in einem Siebeneck zählen würde?



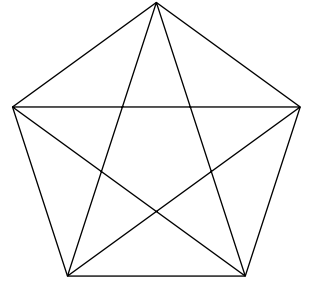
Lösung: Von jedem der 6 Eckpunkte kann Lore eine Strecke zu den 5 anderen Eckpunkten zeichnen. Das sind insgesamt $6 \cdot 5 = 30$ Startpunkte von Verbindungsstrecken. Da jede Strecke 2 Startpunkte hat, sind es also insgesamt $30 : 2 = 15$ Verbindungsstrecken. Sechs dieser Strecken sind Sechseckseiten, die anderen neun werden Diagonalen genannt.
Mit der selben Vorgehensweise finden wir im Siebeneck 7 Seiten und 14 Diagonalen.

Klassenstufen 5 und 6

- 1** Hanni hat einen Draht zu einem Rechteck gebogen. Eine Seite des Rechtecks ist 30 cm lang, die andere 40 cm. Sie gibt Benno ihren Draht. Benno biegt den Draht nun zu einem Quadrat. Wie lang ist eine Quadratseite?

Lösung: Wir berechnen die Länge des Drahtes. Das Rechteck, zu dem der Draht gebogen wurde, hat 2 Seiten mit 30 cm und 2 Seiten mit 40 cm Länge. Insgesamt ist der Draht also $2 \cdot 30 \text{ cm} + 2 \cdot 40 = 140 \text{ cm}$ lang. Wird der Draht zu einem Quadrat gebogen, so ist jede der 4 Seiten folglich $140 \text{ cm} : 4 = 35 \text{ cm}$ lang.

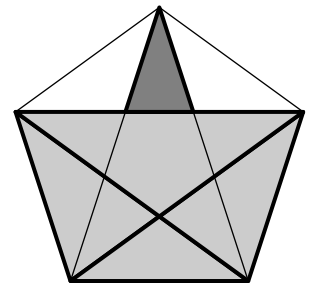
- 2** Petro hat ein Fünfeck gezeichnet und alle Eckpunkte miteinander verbunden. Wie viele Dreiecke gibt es in seiner Figur?



Lösung: Wir betrachten die Figur. Durch die Diagonalen ist neben dem äußeren Fünfeck auch ein inneres Fünfeck entstanden.

Zunächst bilden immer 3 der äußeren 5 Eckpunkte ein Dreieck, davon gibt es 10 Stück. Nun nehme ich mir einen der inneren Eckpunkte und bilde Dreiecke mit den äußeren Eckpunkten, davon gibt es je innerem Eckpunkt 4 (hellgrau), also insgesamt $4 \cdot 5 = 20$ Dreiecke. Zum Schluss kommen noch die kleinen Dreiecke mit 2 inneren Eckpunkten hinzu. Davon gibt es 5 Dreiecke (dunkelgrau).

Insgesamt lassen sich $10 + 20 + 5 = 35$ Dreiecke finden.



Klassenstufen 7 und 8

1 Flora und Kristin zeichnen.

Flora zeichnet 4 Geraden, die keinen Schnittpunkt miteinander haben. Kristin zeichnet 4 Geraden, die genau einen Schnittpunkt miteinander haben.

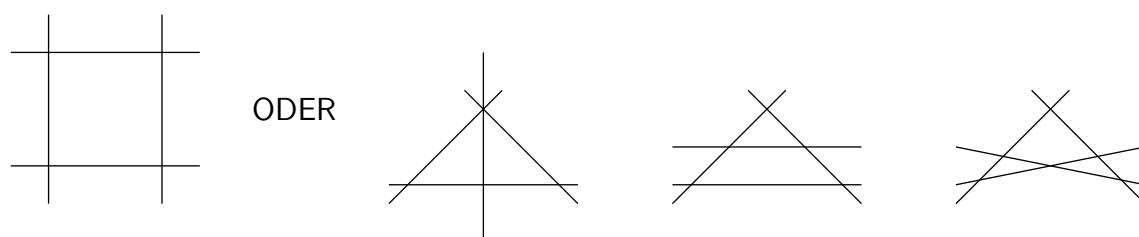
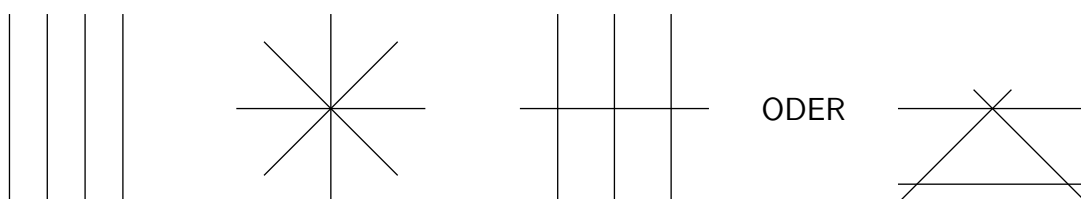
Dann zeichnen beide 4 Geraden, die genau 3 Schnittpunkte miteinander haben. Die beiden Zeichnungen geben verschiedene Möglichkeiten dafür wieder.

Als nächstes zeichnen beide 4 Geraden, die genau 4 Schnittpunkte miteinander haben. Auch hierbei gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten.

Schließlich zeichnet Flora 4 Geraden, die genau 5 Schnittpunkte miteinander haben. Und Kristin zeichnet 4 Geraden, die genau 6 Schnittpunkte miteinander haben.

Wer findet heraus, wie die 4 Geraden jeweils zueinander liegen müssen?

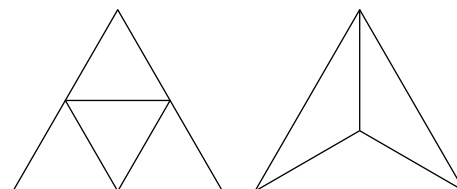
Lösung: In der Geometrie sagen Bilder manchmal mehr als tausend Worte. Eure Bilder können durchaus etwas anders aussehen. Die Lagebeziehungen der Geraden sind jedoch eindeutig.



2 Die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks soll durch drei gleich lange Strecken in vier zueinander deckungsgleiche Dreiecke geteilt werden. Wie geht das?

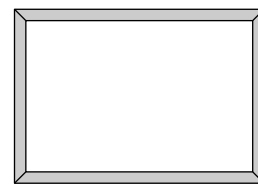
Gibt es auch eine Teilung des gleichseitigen Dreiecks mit drei gleichlangen Strecken in drei deckungsgleiche Dreiecke?

Lösung: Eine Teilung des gleichseitigen Dreiecks durch 3 gleichlange Strecken in 3 deckungsgleiche Dreiecke erhalten wir, wenn wir für diese Strecken die 3 Verbindungsstrecken der Seitenmittelpunkte wählen. Um 4 deckungsgleiche Dreiecke zu erhalten, verbinden wir die Eckpunkte jeweils mit dem Schwerpunkt.



Klassenstufen 9 bis 13

- 1 Franz hat eine Holzleiste in 4 Teile zersägt, von denen je 2 gleichlang sind. Die 4 Leisten hat er zu einem rechteckigen Bilderrahmen zusammengeleimt. Er überlegt, ob das äußere und das innere Rechteck zueinander ähnlich sein können. Kannst du Franz helfen?



Lösung: Die Länge des inneren Rechtecks heiße a und die Breite heiße b . Weiter sei die Dicke des Rahmens x . Dann hat das äußere Rechteck die Länge $a + 2x$ und die Breite $b + 2x$. Die beiden Rechtecke sind ähnlich, wenn die Verhältnisse von Länge und Breite gleich sind, also $\frac{a}{b} = \frac{a + 2x}{b + 2x}$. Ausmultiplizieren und Umstellen ergibt, dass das nur für $a = b$ der Fall sein kann. Inneres und äußeres Rechteck sind nur ähnlich, wenn der Rahmen quadratisch ist.

- 2 Es sei ein beliebiges Dreieck mit drei verschiedenen Innenwinkeln gegeben. Gibt es eine Gerade, die zwei Seiten dieses Dreiecks so schneidet, dass das abgeschnittene Dreieck zum vorgegebenen Dreieck ähnlich ist? Dabei darf die Gerade nicht zu einer der Dreiecksseiten parallel sein.

Lösung: Die Idee ist, das Dreieck so zu schneiden, dass die Winkel genau an der jeweils anderen Dreiecksseite entstehen.

