

Mathe mit dem Känguru für zu Hause

26.März

Klassenstufen 3 und 4

- 1** Pinocchios Nase ist 3 cm lang. Bei jeder Lüge verdoppelt sich ihre Länge. Wie lang ist die Nase, nachdem Pinocchio 6-mal gelogen hat?

Lösung: Die Nase ist $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \text{ cm} = 192 \text{ cm}$ lang.

- 2** Die Summe der Ziffern einer zehnstelligen Zahl ist gleich 9. Was ist dann das Produkt der Ziffern?

Lösung: Mindestens eine der Ziffern muss 0 sein, denn: Wären alle 10 Ziffern größer als 0, so wäre ihre Summe mindestens gleich 10. Wenn aber ein Faktor 0 ist, so auch das Produkt.

- 3** Die Zahl 18 lässt sich so in 2 Teile zerlegen, dass der eine Teil doppelt so groß wie der andere ist. Wie groß sind dann die beiden Teile? Geht so etwas nur mit 18 oder auch mit anderen Zahlen? Wer findet noch weitere Zahlen?

Lösung: Der größere Teil muss doppelt so groß wie der kleinere Teil sein. Dann ist die Summe der beiden Teile 3-mal so groß wie der kleinere Teil. Der kleinere Teil muss also $18 : 3 = 6$ sein und der größere Teil entsprechend $2 \cdot 6 = 12$. Neben der 18 ist diese Art der Zerteilung auch für alle anderen Zahlen möglich, die ohne Rest durch 3 teilbar sind. So ist zum Beispiel $6 = 4 + 2$ oder $96 = 64 + 32$.

Klassenstufen 5 und 6

- 1 Leas große Schwester hat bereits 21 Jahre + 21 Monate + 21 Wochen + 21 Tage gelebt. Wie alt ist sie?

Lösung: 21 Tage sind 3 Wochen. Die 21 Wochen + 21 Tage sind also 24 Wochen, was mehr als 4 Monate aber weniger als 5 Monate sind. Insgesamt kommen zu den 21 Jahre, also mindestens $21 + 4 = 25$ und maximal 26 Monate dazu. Das sind mehr als 2 Jahre, aber weniger als 3 Jahre. Leas große Schwester ist $21 + 2 = 23$ Jahre alt.

- 2 Es gibt einen Bruch mit einstelligem Zähler und einstelligem Nenner, der größer als $\frac{7}{9}$ und kleiner als $\frac{8}{9}$ ist. Welcher Bruch könnte das sein? Gibt es nur einen solchen Bruch?

Lösung: Die einfachste Lösung ist der Mittelwert von $\frac{7}{9}$ und $\frac{8}{9}$, nämlich $\frac{\frac{7}{9} + \frac{8}{9}}{2} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$.
Wie können wir alle Lösungen finden? Zunächst muss der Zähler kleiner als der Nenner sein. Zum Vergleichen von zwei Brüchen multiplizieren wir die Nenner auf die jeweils andere Seite. So ist zum Beispiel $\frac{7}{9} > \frac{6}{8}$, weil $56 = 7 \cdot 8 > 6 \cdot 9 = 54$. Auf diese Art und Weise machen wir uns klar, dass $\frac{7}{9} > \frac{6}{8} > \frac{5}{7} > \dots$, also kann der Nenner nicht mehr als 1 größer als der Zähler sein. In Frage kommen also nur die Brüche, wo der Nenner genau 1 größer als der Zähler ist. Von diesen sind $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{7}{9}$ zu klein. $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$ hingegen liegen zwischen $\frac{7}{9}$ und $\frac{8}{9}$.

- 3 Die Zahl 30 kann als Differenz von zwei Zahlen geschrieben werden, die beide jeweils nur die Ziffer 3 (einmal bzw. zweimal) enthalten: $30 = 33 - 3$. Wer findet mindestens 3 weitere Möglichkeiten, die Zahl 30 mit mehreren Zahlen als Summe, Produkt, Summe von Produkten, Differenz usw. zu schreiben, wobei nur 3en als Ziffern vorkommen?

Lösung: Es gibt sehr viele Lösungen. Hier einige unserer Ideen:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 + 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 - (3 + 3) \cdot 3 \cdot 3 + 3 = (3 + 3)(3 + 3 - 3 : 3) = 30.$$

Klassenstufen 7 und 8

- 1 Die Zwillinge Peter und Paul wollen zusammen mit ihren Eltern die Großeltern im 10 km entfernten Nachbardorf besuchen. Die Eltern wandern nach dem Frühstück um 9 Uhr gemütlich mit 4 km/h los, Peter und Paul wollen mit dem Tandem kommen. Sie sind mit 12 km/h unterwegs. Wann müssen sie starten, wenn sie gleichzeitig mit den Eltern ankommen wollen?

Lösung: Die Eltern brauchen $10 \text{ km} : 4 \text{ km/h} = 2,5 \text{ h}$, sie kommen also um 11:30 Uhr an. Die Zwillinge brauchen $10 \text{ km} : 12 \text{ km/h} = \frac{5}{6} \text{ h}$, also 50 Minuten. Sie müssen also um 10:40 Uhr starten.

- 2 Welches Rechenzeichen kann an die Stelle des Fragezeichens gesetzt werden, damit eine Gleichung entsteht? Wer findet beide Lösungen?

$$\frac{169}{30} ? \frac{13}{15} = \frac{13}{2}$$

Lösung: Möglich sind Division und Addition.

$$\frac{169}{30} : \frac{13}{15} = \frac{169}{30} \cdot \frac{15}{13} = \frac{169 \cdot 15}{30 \cdot 13} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{169}{30} + \frac{13}{15} = \frac{169 + 26}{30} = \frac{195}{30} = \frac{13}{2}$$

Klassenstufen 9 bis 13

- 1 Johanna sagt von einer Zahl: „Addiere ich zu einem Zehntel dieser Zahl 3, so erhalte ich dasselbe, als wenn ich von einem Hundertstel dieser Zahl 6 abziehe.“ Welche Zahl ist das?

Lösung: Wir nennen die gesuchte Zahl x . Dann erhalten wir aus dem Text eine lineare Gleichung, die wir umstellen können.

$$\frac{1}{10}x + 3 = \frac{1}{100}x - 6 \Leftrightarrow 10x + 300 = x - 600 \Leftrightarrow 9x = -900 \Leftrightarrow x = -100$$

Johannas Zahl ist -100 .

- 2 Kann die Summe von 3 beliebigen, aber aufeinanderfolgenden positiven ganzen Zahlen eine Primzahl sein? Berechne einige Beispiele und stelle eine Vermutung auf. Wie lässt sich eine Vermutung begründen?

Lösung: Wir addieren die drei Zahlen x , $x + 1$ und $x + 2$ und erhalten $3x + 3 = 3(x + 1)$. Die Summe ist also durch 3 und eine weitere Zahl größer als 1 teilbar, also keine Primzahl.