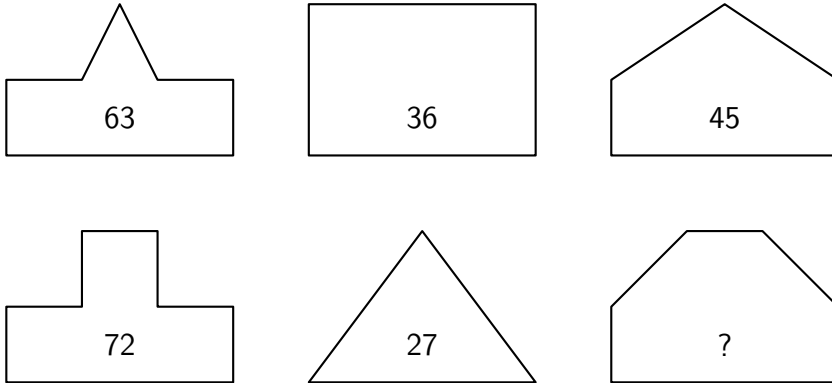


Mathe mit dem Känguru für zu Hause

21. April

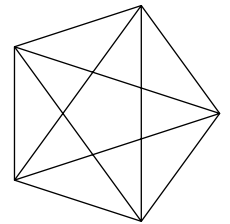
Klassenstufen 3 bis 6

- 1 In die 6 Hausfiguren hat Mika nach einer bestimmten Regel Zahlen eingetragen. Wer kann Mikas Prinzip durchschauen? Welche Zahl muss in das Haus mit dem Fragezeichen?

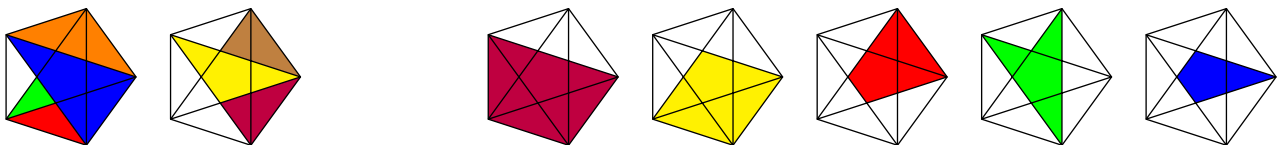


Lösung: Mika hat vermutlich in jeder Hausfigur die Anzahl der Ecken gezählt und diese mit 9 multipliziert. In das letzte Haus muss dann $6 \cdot 9 = 54$ eingetragen werden.

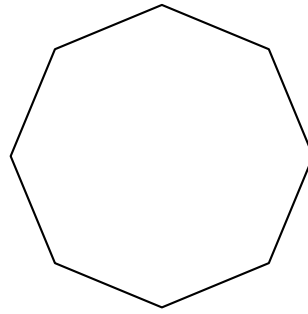
- 2 Mia hat in einem regelmäßigen Fünfeck alle Diagonalen eingezeichnet. Wie viele Dreiecke sind in der abgebildeten Figur enthalten? Wie viele Vierecke kannst du finden?



Lösung: In den Bildern sind die verschiedenen Sorten Dreiecke und Vierecke, die es gibt, markiert. Von jeder Sorte gibt es jeweils 5 Stück (je nachdem, welche Eckpunkte dazugehören). Es sind also $7 \cdot 5 = 35$ Dreiecke und $5 \cdot 5 = 25$ Vierecke enthalten.



- 3 Lena und Yvonne zeichnen abwechselnd Diagonalen in das regelmäßige 8-Eck, das heißt sie verbinden 2 Eckpunkte mit einer geraden Linie. Dabei darf keine andere Diagonale gekreuzt werden.

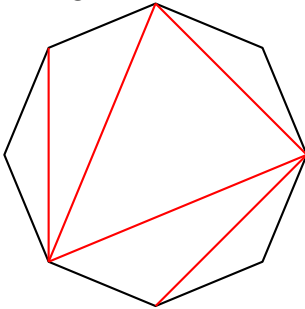


Es verliert diejenige, die keine weitere Diagonale einzeichnen kann.

Wer von den beiden gewinnt, wenn Lena beginnt?

Wer von den beiden gewinnt, wenn sie das gleiche Spiel mit einem regelmäßigen 13-Eck spielen?

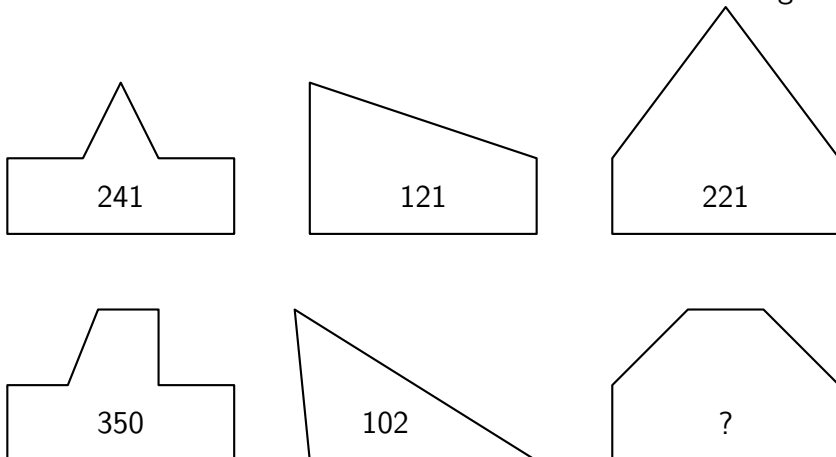
Lösung: Das Spiel endet, wenn das Achteck in Dreiecke zerlegt ist. Probieren wir das einige Male aus, so kommen wir zu der Vermutung, dass immer 5 Diagonalen eingezeichnet werden, egal welche Diagonalen eingezeichnet werden. Da Lena anfängt, zeichnet sie 3 Diagonalen und Yvonne zeichnet 2 Diagonalen. Also gewinnt Lena.



In einem 13-Eck werden immer 10 Diagonalen eingezeichnet. Hier gewinnt Yvonne.

Klassenstufen 7 bis 13

- 1 In die 6 Hausfiguren hat Sarah nach einer bestimmten Regel Zahlen eingetragen. Wer kann Sarahs Regel durchschauen? Welche Zahl muss in das Haus mit dem Fragezeichen?



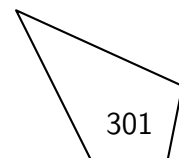
Welches ist die größtmögliche Zahl, die in ein Viereck eingetragen wird? Malt ein solches Viereck!
 Welches ist die kleinstmögliche Zahl, die in ein Fünfeck eingetragen wird? Malt ein solches Fünfeck!

Lösung: Wir bemerken zunächst, dass die Quersumme der Zahl der Anzahl der Eckpunkte und damit auch der Innenwinkel entspricht.

Die Hunderterziffer gibt an, wie viele Winkel größer als 90° sind. Das sind die stumpfen und überstumpfen Winkel. Die Zehnerstelle sind die Anzahl der rechten Winkel und die Einerstelle sind die spitzen Winkel, die Winkel kleiner als 90° .

In dem letzten Haus gibt es 4 stumpfe Winkel und 2 rechte Winkel, also muss die Zahl 420 reingeschrieben werden.

Die Zahl in dem Haus wird größtmöglich, wenn die Anzahl der stumpfen Winkel größtmöglich ist. In einem Viereck kann es wegen der Innenwinkelsumme nur höchstens 3 stumpfe Winkel geben. Der vierte Winkel ist dann spitz. Die größtmögliche Zahl ist 301, ein Beispiel ist rechts angegeben



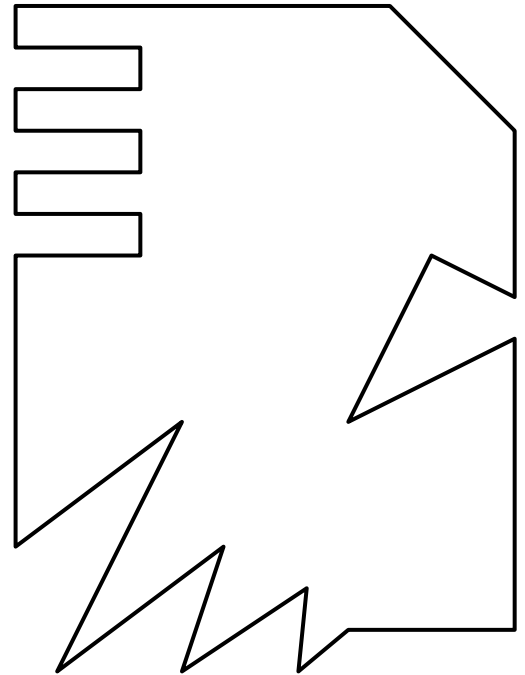
Die Zahl in dem Haus wird kleinstmöglich, wenn die Anzahl der stumpfen Winkel kleinstmöglich ist. Ein Fünfeck hat die Innenwinkelsumme 540° . Es gibt also mindestens einen Winkel größer als 90° . Wählen wir diesen sehr groß, so können die anderen Innenwinkel spitz sein. Ein Beispiel für die kleinstmögliche Zahl 104 ist links angegeben.

Die Wach- und Schließgesellschaft Sorgenlos wurde mit der Bewachung der Kunstwerke im neuen Museum für Zeitgenössische Kunst beauftragt. In dem imposanten Gebäude mit dem rechts abgebildeten futuristischen Grundriss sollen Museumswächter eingesetzt werden, die nachts die Schätze des Museums bewachen. Da ständig jedes einzelne Ausstellungsstück im Blick der Wächter sein soll, entschließt sich die Firma, an einigen festen Punkten des Raums Wächter zu positionieren, die von diesen festgelegten Punkten aus einen 360°-Rundumblick haben.

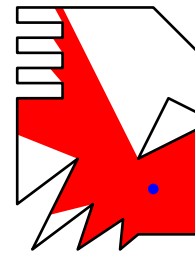
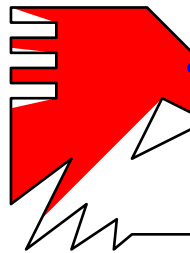
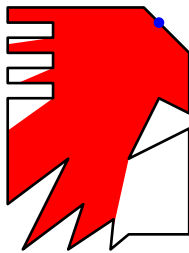
2

Welches ist die kleinste Zahl an Wächtern, die benötigt wird, damit jeder Bereich des Raumes überwacht ist?

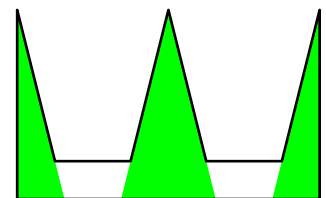
Finde einen Grundriss mit 9 Ecken, bei dem 2 Wächter nicht ausreichen, um jeden Bereich zu überwachen.



Lösung: Mit 5 Wächtern lässt sich relativ schnell eine Lösung finden. Mit 4 Wächtern wird es schon schwieriger. Wer ganz genau arbeitet, findet sogar eine Lösung mit nur 3 Wächtern (markierte Punkte).



Ein Grundriss mit 9 Ecken könnte so aussehen. In jedem markierten Bereich muss ein Wächter stehen, damit alle 3 Spitzen beobachtet werden können.



Der Satz von von Chvátal besagt, dass jedes Museum mit n Ecken höchstens $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ Museumswächter benötigt, wobei $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ die Abrundung der Zahl $\frac{n}{3}$ ist.

3 Im Museum für Moderne Kunst war Nachtwächter Armin Augenauf heute allein zur Beaufsichtigung der wertvollen Bilder. Der Raum hat nur gerade Wände, ist aber recht verwinkelt. Wie von seinem Chef angeordnet, sitzt Armin Augenauf jeden Abend auf seinem Drehstuhl an einem Punkt des Raumes und beobachtet von dort aus, was rundherum passiert.

Obwohl Armin Augenauf in dieser Nacht nicht eine Sekunde unaufmerksam war, fehlen am nächsten Morgen Bilder, und zwar von *jeder* Wand des Raumes eines.

Ihm wird vorgeworfen, dass er die Diebe gesehen und daher mit ihnen zusammengearbeitet haben muss. Aber Armin Augenauf betont, dass er von seinem Sitzplatz aus die nun fehlenden Bilder gar nicht sehen konnte. Die Untersuchungen der Polizei ergaben, dass Armin Augenaufs Aussage tatsächlich stimmt.

Wie könnte der Grundriss eines Raumes aussehen, bei dem dies möglich ist?

Lösung: So könnte das Museum aussehen. Keine der Wände wird vollständig vom Wächter gesehen.

