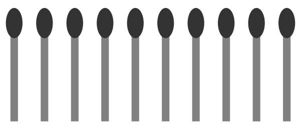
Mathe mit dem Känguru für zu Hause

08.April

Heute stellen wir einige Spiele für 2 Personen vor. Spielt mit euren Eltern, Geschwistern oder per Video mit Freunden.

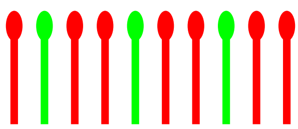
Klasse 3 bis 6

1 Auf dem Tisch liegen 10 Streichhölzer in einer Reihe.



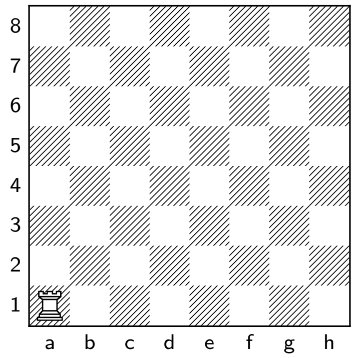
Die beiden Spieler sind abwechselnd am Zug. Wer am Zug ist, nimmt entweder 1 oder 2 Streichhölzer weg. Wer das letzte Streichholz nimmt, gewinnt das Spiel.
Ist es von Vorteil zu beginnen?
Versucht es als nächstes mit 18 Streichhölzern zu Beginn! Wer gewinnt jetzt?
Als nächstes könnt ihr auch erlauben, in einem Zug 3 Streichhölzer wegzunehmen. Wie verändert sich eure Strategie?

Lösung: Um eine Strategie zu finden, möchte ich verstehen, wie viele Streichhölzer ich für meinen Gegner liegen lassen sollte. Lasse ich 1 oder 2 Streichhölzer auf dem Tisch, so kann mein Gegner im nächsten Zug alle Streichhölzer nehmen und gewinnen. Lasse ich hingegen 3 Streichhölzer auf dem Tisch liegen, so hat mein Gegner im nächsten Zug keine andere Chance als mir 1 oder 2 Streichhölzer zu hinterlassen.
Wir veranschaulichen das weiter in einem Bild. Wenn Streichhölzer von links genommen werden, so möchte ich immer ein grünes Streichholz links liegen lassen. Mein Gegner wird mir dann auf jeden Fall ein rotes Streichholz liegen lassen und ich nehme Streichhölzer weg, bis wieder ein grünes Streichholz links liegt.



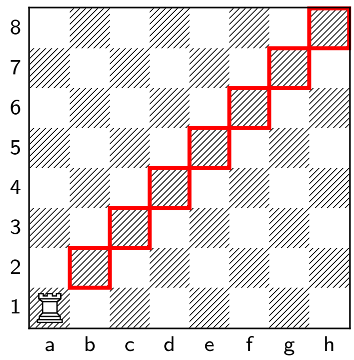
Anders ausgedrückt, möchte ich meinem Gegner immer eine Anzahl an Streichhölzern übrig lassen, die durch 3 teilbar ist.
Spielt ihr mit 10 Streichhölzern ist es also gut anzufangen und ein einzelnes Streichholz wegzunehmen, sodass noch 9 Streichhölzer übrig bleiben
Spielt ihr mit 18 Streichhölzern, lasst ihr lieber eurem Gegner den ersten Zug.
Ist es auch erlaubt, 3 Streichhölzer wegzunehmen, so ist nur jedes 4. Streichholz eine gute Position. Ihr müsst eurem Gegner also eine durch 4 teilbare Zahl an Streichhölzern übrig lassen. Probiert es aus!

2 Das nächste Spiel wird auf einem Schach- oder Damefeld gespielt. Auf das Feld a1 ganz unten links platziert ihr einen Turm. Ihr seid abwechselnd am Zug. Wer am Zug ist, zieht den Turm entweder nach oben oder nach rechts soweit er will. Wer den Turm auf das Feld h8 (oben rechts) zieht, gewinnt das Spiel.



Ist es gut anzufangen? Was ist eure Strategie?

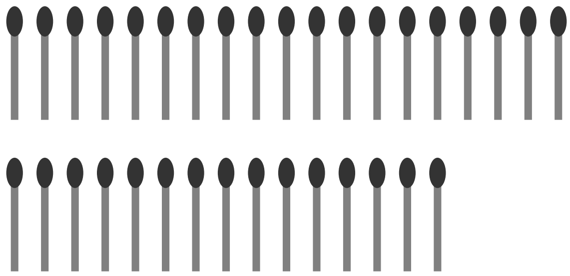
Lösung: In diesem Spiel ist es schlecht anzufangen. Egal welchen Zug der erste Spieler macht, kann der zweite Spieler den Turm zurück auf die Diagonale (rote Felder) bewegen.



Von einem Diagonalfeld lässt sich jedoch unmöglich das Ziel erreichen. Der zweite Spieler setzt den Turm also immer wieder auf die Diagonale zurück, bis er irgendwann auf Feld h8 ankommt und gewinnt.

Klasse 7 bis 13

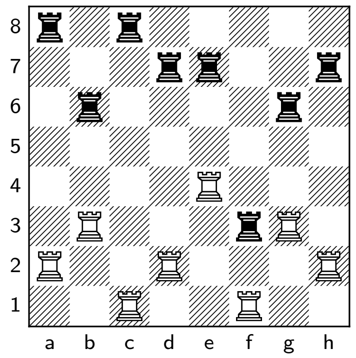
1 Wir erweitern das Streichholzspiel aus Klasse 3 bis 6. Auf den Tisch wurden zwei Reihen Streichhölzer gelegt, eine mit 19 und die andere mit 15 Streichhölzern.



Kyrill und Selina sind abwechselnd am Zug, Kyrill beginnt. Wer am Zug ist, nimmt entweder 1 oder 2 Streichhölzer aus einer Reihe weg. Wer das letzte Streichholz nimmt gewinnt das Spiel.
Wer von den beiden kann den Sieg erzwingen, egal wie der andere spielt?
Wer von den beiden kann den Sieg erzwingen, wenn in einem Zug auch 3 Streichhölzer aus einer Reihe weggenommen werden dürfen?
Wer von den beiden kann den Sieg erzwingen, wenn in einem Zug beliebig viele Streichhölzer aus einer Reihe weggenommen werden dürfen?

Lösung: Wir gehen ähnlich vor wie in der ersten Aufgaben aus Klasse 3 bis 6. Diesmal versuchen wir als Spieler, dass die Differenz der beiden Streichholzanzahlen durch 3 teilbar ist. Warum führt das zum Erfolg?
Zuerst mache ich mir klar, dass ich mein Ziel immer erreichen kann. Ist nach meinem Zug die Differenz durch 3 teilbar, so wird mein Gegner 1 oder 2 Streichhölzer aus einer Reihe wegnehmen. Danach ist die Differenz auf jeden Fall nicht durch 3 teilbar. Ich hingegen kann den „Schaden“ reparieren, indem ich aus der anderen Reihe genau so viele Streichhölzer nehme oder aus der Reihe, aus der Gegner nahm, 2 oder 1 weitere Streichhölzer nehme.
Wird das letzte Streichholz weggenommen, so ist die Differenz 0, also eine durch 3 teilbare Zahl. Diese Position kann mein Gegner jedoch nie erreichen.
Der erste Spieler sollte entweder 1 Streicholz aus der großen Reihe nehmen, dann ist die Differenz 18-15=3 oder er nimmt 2 Streichhölzer aus der kürzeren Reihe, dann ist die Differenz 19-13=6.
Können auch 3 Streichhölzer weggenommen werden, so sollte die Differenz immer durch 4 teilbar sein. Hier ist also anfangen schlecht.
Können beliebig viele Streichhölzer weggenommen werden, so nehme ich als erster Spieler 4 Streichhölzer aus der ersten Reihe, sodass beide Reihen gleich viele Streichhölzer enthalten. Danach kopiere ich den Zug meines Gegners in der anderen Reihe, sodass wieder gleich viele Streichhölzer in den beiden Reihen liegen.

2 Auf einem Schachbrett stehen 8 schwarze und weiße Türme, so wie abgebildet. Jason und Elias ziehen abwechselnd einen Turm, Jason mit den weißen und Elias mit den schwarzen Türmen.



In einem Zug darf man einen seiner Türme soweit man möchte bewegen, jedoch weiß nur nach oben und schwarz nur nach unten. Dabei darf kein Turm geschlagen oder übersprungen werden. Es verliert derjenige, der nicht mehr ziehen kann.
Jason macht den ersten Zug.
Wer von den beiden kann den Sieg erzwingen, egal wie der andere spielt?

Lösung: Es handelt sich hier um ein ähnliches Spiel wie der letzte Teil der vorigen Aufgabe: Die 8 Spalten entstechen den Reihen und die Anzahl der Felder zwischen den Türmen entsprechen den Streichhölzern. Pro Zug darf in einer Spalte die Anzahl der Felder zwischen den Türmen beliebig verringert werden. Der Trick ist, diese Anzahlen pro Spalte im Dualsystem zu schreiben.

Spalte	Felder	Felder binär
a	5	101
b	2	10
c	6	110
d	4	100
e	2	10
f	1	1
g	2	10
h	4	100

Die Strategie besteht nun darin, immer so zu ziehen, dass anschliessend sowohl an den Einerstellen, den Zweierstellen und den Viererstellen jeweils eine gerade Anzahl an Einsen vorkommt. Zu Beginn gibt es 2 Einsen an den Einerstellen (bei 101 und 1), 4 Einsen an der Zweierstelle (bei 10, 110, 10 und 10) und 4 Einsen an der Viererstelle (bei 101, 110, 100 und 100).
Nach dem nächsten Zug ist die Anzahl der Einsen an mindestens einer der Stellen wieder ungerade. Damit ist immer gesichert, dass ein weiterer Zug möglich ist.
Als Antwort darauf gibt es immer (mindestens) eine Möglichkeit, die Anzahl der Einsen an allen Stellen wieder gerade zu machen. Zum Beispiel kann man den Turm in der Spalte mit den meisten Feldern zwischen den Türmen in geeigneter Weise ziehen. Dafür zählt man bei den anderen 7 Spalten, wie viele Einsen jeweils an der Einer-, Zweier- und Vierer-Stelle stehen. Nun bilden wir eine neue Dualzahl: An jede Stelle, an der wir ungerade Anzahl von Einsen gezählt haben, schreiben wir eine 1, an die anderen eine 0. Dann ziehen wir den Turm so weit, dass diese Dualzahl die neue Anzahl an Feldern zwischen den Türmen ist.