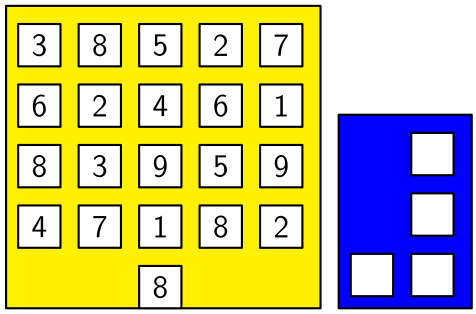
Mathe mit dem Känguru für zu Hause

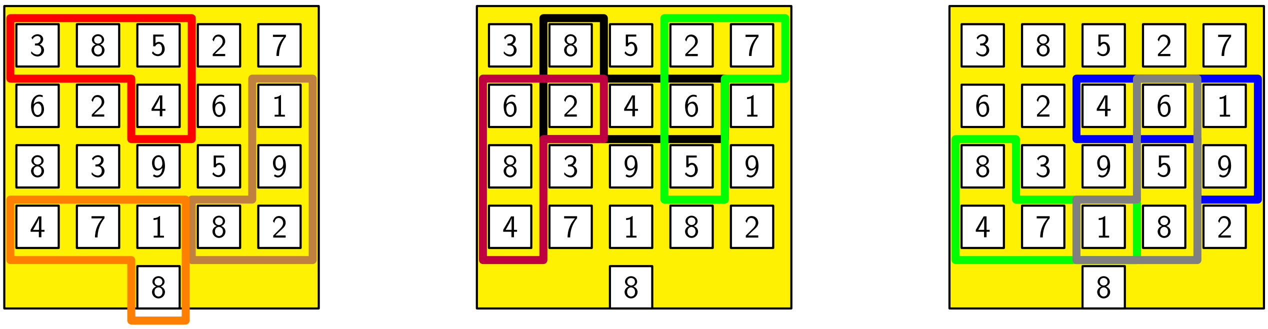
07. Mai

Klassenstufen 3 bis 6

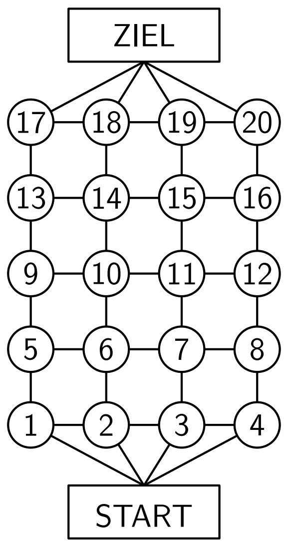
1 Das Bild zeigt einen Wohnblock mit Zahlenfenstern. Nehmt euch nun die blaue Schablone und legt sie so auf den Wohnblock, dass die Summe der 4 Zahlen in den Schablonenfenstern 20 beträgt. Die Schablone darf dazu beliebig gedreht werden. Versuche mindestens 9 Möglichkeiten zu finden.



Lösung: In den 3 Bildern könnt ihr 9 Lösungen finden.



2 Tobias hat mit seinem Bruder ein Zahlenfeld im Hinterhof gemalt. Sie wollen Wege vom START zum ZIEL finden, sodass die Summe der überschrittenen Zahlen genau 100 beträgt. Dabei soll kein Feld zweimal betreten werden. Wer findet mindestens 3 solcher Wege?



Lösung: 3 Wege mit der Zahlensumme 100 sind zum Beispiel

$1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 7 + 6 + 10 + 11 + 12 + 16 + 20$

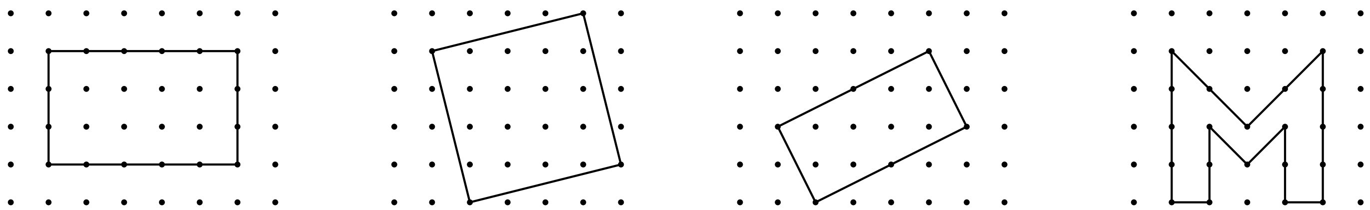
$2 + 3 + 7 + 11 + 15 + 14 + 13 + 17 + 18$

$2 + 1 + 5 + 9 + 10 + 11 + 12 + 16 + 15 + 19$

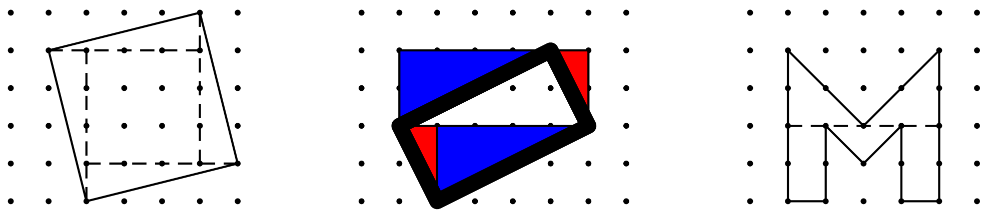
Klassenstufen 7 bis 13

Hier sind einige Probleme, die sich gut auf Karopapier lösen lassen.

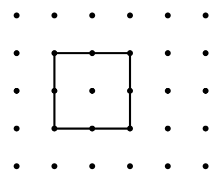
1 Den Flächeninhalt eines 1×1-Quadrat nennen wir 1 FE (Flächeneinheit). Bestimme *ohne Messen* den Flächeninhalt in FE der folgenden Figuren!



Lösung: Die erste Figur ist $3 \cdot 5 = 15$ FE groß.
Die zweite Figur lässt sich in ein Quadrat und 4 Dreiecke unterteilen. Sie ist $3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 17$ FE groß.
Die dritte Figur ist $2 \cdot 5 = 10$ FE groß.
Die vierte Figur lässt dich in Dreiecke und Rechtecke unterteilen und ist $2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 9$ FE groß.



2 Das 2×2-Quadrat im Bild hat einen Gitterpunkt im Inneren und 8 Gitterpunkte auf dem Rand.



a) Wir strecken das Originalquadrat zu einem 4×4-Quadrat. Wie viele Gitterpunkte liegen im Inneren des neuen Quadrats und wie viele auf dem Rand?

b) Im nächsten Schritt strecken wir zu einem 100×100-Quadrat. Wie viele Gitterpunkte liegen jetzt im Inneren und wie viele auf dem Rand des Quadrats?

Lösung: Ein $n \times n$-Quadrat hat auf jeder Seite $n + 1$ Gitterpunkte auf dem Rand. Dabei wird jeder Eckpunkt doppelt gezählt. Das Quadrat hat also $4 \cdot (n + 1) - 4 = 4n$ Gitterpunkte auf dem Rand.
Im Inneren sind $(n-1) \cdot (n-1) = (n-1)^2$ Gitterpunkte. Damit lassen sich die Lösungen leicht berechnen:

a) $4 \cdot 4 = 16$ Gitterpunkte auf dem Rand und $3 \cdot 3 = 9$ Gitterpunkte im Inneren

b) $4 \cdot 100 = 400$ Gitterpunkte auf dem Rand und $99 \cdot 99 = 9801$ Gitterpunkte im Inneren

$\boxed{3}$ Nun wollen wir Quadrate betrachten, deren Seiten nicht mehr unbedingt waagerecht oder senkrecht sein müssen.

a) Wie viele Gitterpunkte liegen maximal im Inneren eines 2×2-Quadrats, dessen Eckpunkte Gitterpunkte sind? Wie viele können es maximal sein, wenn die Eckpunkte nicht Gitterpunkte sein müssen?

b) Wie viele Gitterpunkte bekommt ihr maximal in einem 5×5-Quadrat, wenn die Eckpunkte Gitterpunkte sein sollen? Achtung, die Seiten des Quadrats müssen nicht unbedingt waagerecht oder senkrecht sein.

Lösung:

a) Sollen die Eckpunkte eines 2×2-Quadrates auf dem Rand liegen, so muss das Bild wie in Aufgabe 2 aussehen. Es gibt höchstens einen inneren Gitterpunkt. Drehen wir das Quadrat wie im Bild unten, so können wir 5 innere Gitterpunkte erreichen.

b) Da $5^2 = 4^2 + 3^2$ ist 5 die Länge der Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck mit Kathetenlängen 3 und 4. Wir nutzen das, um ein gedrehtes Quadrat zu erhalten mit Seitenlänge 5. Wir zählen, dass 24 Gitterpunkte im Inneren liegen.