

Mathe mit dem Känguru für zu Hause

05. Mai

Klassenstufen 3/4

Für die Jüngeren sind diesmal knifflige Darstellungen von Zahlen zu finden. Es können sich aber auch Ältere daran versuchen, denn auch wenn es „nur“ um kleine natürliche Zahlen geht, braucht es Ideen und gutes Kombinieren.

- 1** Wir suchen Darstellungen der natürlichen Zahlen von 1 bis 20 – und wer mag, der kann auch weitergehen bis zur 100 oder gar bis zur 1000. Die Zahlen sollen mit so wenigen wie möglich Ziffern kombiniert werden, wobei stets von 1 zu 2 zu 3 usw. die Ziffern verwendet werden. Für die ersten Zahlen schreiben wir Beispiele auf, damit klar wird, welche Kombinationen erlaubt sind.

$$\begin{array}{ll} 0 = 1 + 2 - 3 & 5 = 1 \cdot 2 + 3 \\ 1 = 1 \cdot 2 + 3 - 4 & 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1 + 2 + 3 \\ 2 = 1 \cdot 2 & 7 = 1 + 2 \cdot 3 \\ 3 = 1 + 2 & 8 = 12 : 3 + 4 \\ 4 = 12 : 3 & 9 = 12 - 3 \end{array}$$

Wer findet die nächsten Lösungen für die Zahlen 10 bis 20 und benutzt dabei so wenig wie möglich verschiedene Ziffern mit 1 beginnend?

- 2** Nun wollen wir auf unterschiedliche Art die 1 darstellen. Zuerst sollen nur 1, 2 und 3 verwandt werden, dann immer mehr bis zur 9, die durch +, -, ·, :, durch Verbinden von Ziffern oder durch Klammern die 1 ergeben.

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ = \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ = \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ = \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ = \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ = \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ = \ 1 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ = \ 1 \end{array}$$

Klassenstufen 5/6

- 1 Die Zwillingsschwestern Anne und Kathrin bekommen stets gleiches Taschengeld. Heute war Taschengeldtag, und Anne kauft sich von ihrem Taschengeld 2 kleine Kugeln Eis. Nun hat sie noch 3,90 Euro. Kathrin hat noch mehr Appetit auf Eis. Sie kauft sich sogar 3 kleine Kugeln Eis und behält 3,10 Euro übrig. Wie viel Taschengeld haben die beiden bekommen?

- 2 Brunos Vater ist von einer großen Messe nach Hause gekommen und packt zu seinem eigenen Erstaunen 20 Kugelschreiber aus. Bruno freut sich und zählt: Es ist 1 Kugelschreiber mit roter Mine mehr als es Kugelschreiber mit schwarzer Mine sind. Und es sind außerdem 4 mit schwarzer Mine mehr als es Kugelschreiber mit blauer Mine sind. Und von denen mit blauer Mine gibt es 1 Kugelschreiber mehr als es Kugelschreiber mit grüner Mine sind. Wie viele Kugelschreiber mit roter Mine hat Brunos Vater mit nach Hause gebracht?

Klassenstufen 7/8

- 1 Bestimme zwei Zahlen, deren Summe, Produkt und Quotient die gleiche Zahl ergeben.
- 2 Welchen Wert hat $x + y$, wenn $x + y + x \cdot y = 34$ ist, wenn x und y positive ganze Zahlen sind?

Klassenstufen 9 bis 13

Für die Schülerinnen und Schüler aus den Klassen 9 bis 13 haben wir diesmal ziemlich harte Nüsse. Wir sind gespannt, wer sie knacken kann:

- 1 Ersetze einige der Minuszeichen durch Pluszeichen, sodass das Ergebnis 2020 ist.

$$2020^2 - 2019^2 - 2018^2 - \dots - 3^2 - 2^2 - 1^2$$

- 2 Die Summe zweier Zahlen ist 1. Die Summe der Quadrate der beiden Zahlen ist 2. Wie groß ist die Summe der 4. Potenzen der beiden Zahlen?

- 3 Es ist zu beweisen, dass die Gleichung

$$2x^2 - 5y^2 = 7$$

keine ganzzahlige Lösung hat.

- 4 Es sind die reellen Lösungen des folgenden Gleichungssystems zu finden:

$$x^4 + y^4 = 17$$

$$x + y = 3$$