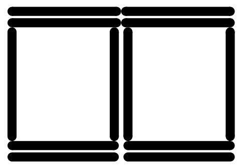
# Journal Kvantiks
# Rätsel-Kalender 2018

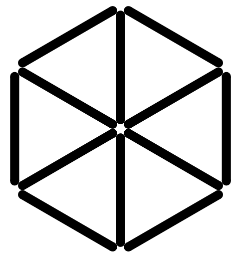
## Lösungen

# 1 Januar – Pyramide und Würfel

*Hinweis*: Versuche den Würfel so umzustülpen, dass in vier Ecken die zwei gegenüberliegenden Ecken des Würfels aufeinanderliegen.



Zuerst ziehen wir zwei gegenüberliegenden Kanten auseinander, sodass das Strohalm-Gerüst flach wird (siehe Abb. oben).

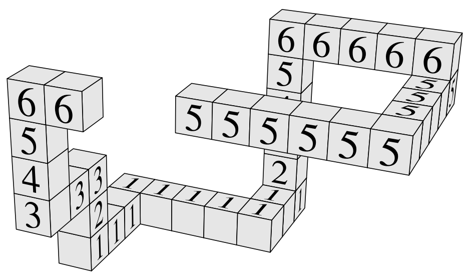


Nun schieben wir von den beiden Strohhalmen in der Mitte einen nach oben und einen nach unten. So entsteht ein Sechseck (siehe Abb. unten).

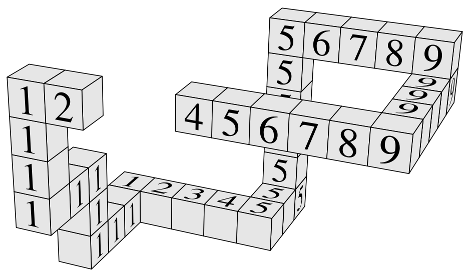
Als nächstes klappen wir den unteren dieser beiden gerade verschobenen Stohhalme auf den oberen. Nun haben wir ein Gerüst von zwei Pyramiden.

Eine der Pyramiden drehen wir jetzt um die beiden mittleren Strohhalme und schieben sie in die andere Pyramide. Nun ist eine Pyramide entstanden, deren Kanten jeweils aus zwei Strohhalmen bestehen.

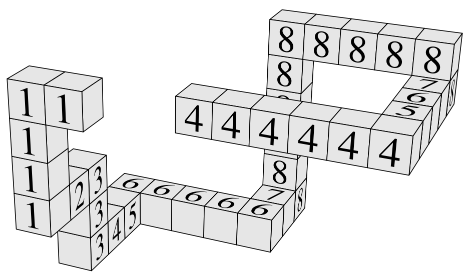
# 2 Februar – Verbindung gesucht



Auf der ersten Abbildung ist auf jeden Würfel seine Höhe abgetragen: Wenn ein Würfel auf einem anderen liegt, so ist die Zahl auf dem oberen Würfel um 1 größer als auf dem darunterliegenden. Würfel, die auf derselben Höhe liegen, haben die gleiche Zahl. Das linke Ende der Würfelschlange befindet sich um 1 höher als das rechte.



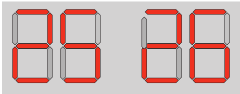
Auf der zweiten Abbildung nummerieren wir die Würfel der Schlange wieder, diesmal hat ein Würfel eine größere Zahl, wenn er weiter rechts liegt. Das linke Ende der Würfelschlange befindet sich um 2 weiter links als das rechte Ende.



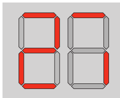
Auch auf der dritten Abbildung sind die Würfel wieder mit Zahlen versehen, nur dass diesmal die Zahl größer wird, wenn der Würfel weiter weg von uns liegt. Das linke Ende der Würfelschlange befindet sich um 3 weiter vorn als das rechte.

Wenn man nun vom linken Ende der Würfelschlange zum rechten Ende möchte, geht man z. B. einen Schritt nach unten, 2 Schritte nach rechts und 3 Schritte nach hinten. So brauchen wir also $1 + 2 + 3 = 6$ Schritte. Außer für den letzten Schritt benötigen wir für jeden dieser Schritte einen Würfel, da der letzte Schritt auf dem anderen Ende der Schlange ankommt. Somit ist die minimale Anzahl von Würfeln, die man braucht, um die beiden Schlangenenden zu verbinden gleich $(1 + 2 + 3) - 1 = 5$.

## 3 März – Eine Ampel mit Sekundenzähler



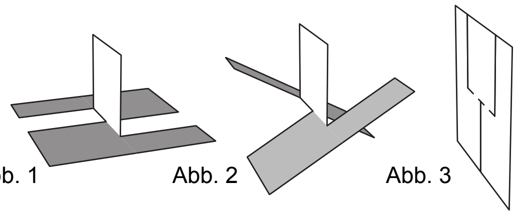
So etwas ist möglich, wenn in der Anzeige das rechte obere Leuchtsegment defekt ist. Dann ist die beleuchtet angezeigte 25 in Wirklichkeit eine 29 und die 26 eine 28.



Nach einer Sekunde zeigt die Anzeige dann 27, aber ohne das eine Segment.

Wenn wir annehmen, dass die erste Ziffer auf der Anzeige richtig ist, dann muss Kvantik – als die 26 zu sehen ist – noch 28 Sekunden warten.

## 4 April – Eine seltsame Figur aus Papier




Wir verdrehen die horizontalen Teile der Figur in Abb. 1 um die untere Seite des vertikalen Rechtecks in verschiedene Richtungen, wie in Abb. 2 gezeigt, und erhalten ein rechteckiges Stück Papier (Abb. 3). Um die seltsame Figur zu erhalten, muss man (wie in Abb. 3 gezeigt) drei vertikale Schnitte machen und dann die Teile entsprechend drehen.

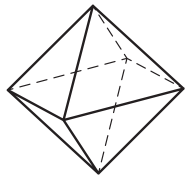
## 5 Mai – Zehn Logiker im Cafe

Der Schlüssel zur Lösung ist das Wort *alle* in der Frage der Kellnerin. Mit ihrer Frage, meint sie die Gruppe als Ganzes und nicht jeden einzelnen Logiker.

a) Wenn ein Logiker keinen Kaffee möchte, dann antwortet er „Nein“, unabhängig von der Antwort der anderen. Die Antwort „Nein“ gab es nicht, also wollen alle Kaffee.

b) Wenn der erste Logiker Kaffee möchte, so sagt er „Das weiß ich nicht“, da er nicht weiß, was die anderen möchten. Der zweite Logiker hört, dass der erste nicht die Antwort „Nein“ gegeben hat, also kein Teetrinker ist. Deshalb antwortet auch er „Das weiß ich nicht“, falls er Kaffee möchte. So werden wir immer die Antwort „Das weiß ich nicht“ hören, bis die Reihe an einem Logiker ist, der Tee möchte. Er antwortet „Nein“. Dann verstehen alle Teilnehmer, dass er Tee möchte. Deshalb werden alle Nachfolgenden mit „Nein“ antworten, da ja, wenn es einen Teetrinker gibt, nicht *alle* Kaffee möchten. Da der sechste und siebente Logiker unterschiedlich antworten, heißt das, dass die ersten sechs Logiker mit „Das weiß ich nicht“ antworteten und Kaffee wollten und die anderen vier antworteten mit „Nein“. Der siebente Logiker ist also ein Teetrinker. Die kleinste Anzahl von Kaffeetrinkern ist sechs, das sind die ersten sechs Logiker, wenn alle anderen Tee trinken. Die kleinste Anzahl von Teetrinkern ist 1, das ist der siebente Logiker, wenn alle anderen Kaffee wollen.

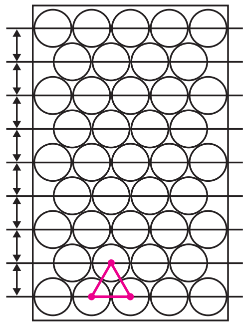
# 6 Juni – Gibt es einen kugelförmigen Spielwürfel?



Zum Beispiel kann in dem Spielwürfel ein Hohlraum sein, in welchem sich beim Rollen ein Gewicht bewegt und immer in einer von sechs Lagen zum Stillstand kommt. Der Hohlraum kann die Form eines Oktaeders haben, dessen Eckpunkte bei den Zahlen des runden Spielwürfels liegen.

Hinweis: Der Hohlraum kann nicht die Form eines Würfels haben, da dieser 8 Ecken hat und das Gewicht nicht auf den Würfelflächen sondern in den Ecken zum Stillstand kommt.

# 7 Juli – Eine Batterie zu viel

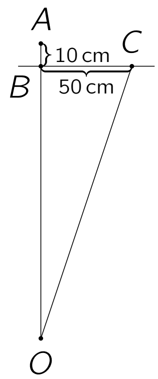


Man kann 41 Batterien unterbringen, indem man sie so wie in der Zeichnung anordnet. Die Zentren der Kreise bilden ein dreieckiges Gitter. Wir bekommen 5 Reihen mit 5 Kreisen und 4 Reihen mit 4 Kreisen, insgesamt $25 + 16 = 41$ Kreise.
Der Breite nach passen die Kreise offensichtlich in die Schachtel. Wir müssen noch zeigen, dass sie auch bezüglich der Höhe passen. Dazu zeichnen wir für jede horizontale Reihe eine Gerade durch die Mittelpunkte dieser Kreise und nehmen an, dass der Radius der Kreise 1 ist. Dann ist die Höhe der Kiste 16. Der Abstand zwischen benachbarten Geraden ist gleich der Höhe des gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge 2, also $\sqrt{3}$ (Wurzel aus $3 \approx 1.7321$). Die Höhe der Konstruktion aus der Abbildung ist $8 \cdot \sqrt{3} + 2 \approx 15.8564$, also kleiner 16.

# 8 August – Die verbotene Schiffsladung

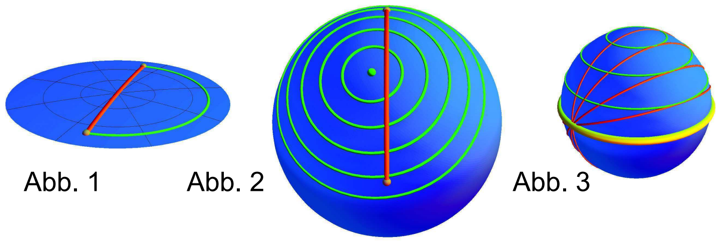
Diese Erfindung wird in dem Film „Es war einmal in Amerika“ gezeigt. Im Sack befindet sich Salz. Wenn sich die Küstenwache nähert, wird die verbotene Ware ins Wasser geworfen und sinkt sofort auf den Grund, da Salz eine größere Dichte als Wasser hat. Nach einiger Zeit löst sich das Salz und die Ware schwimmt, dank der am Sack befestigten Boje, wieder nach oben.

# 9 September – Eine Seerosenaufgabe



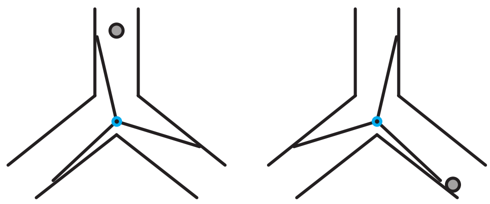

Zum Rechnen bezeichnen wir die gegebenen Größen mit Buchstaben. Wir bezeichnen den Punkt auf dem Grund des Teiches, woher der Stiel wächst mit $O$ und das obere Ende des senkrecht gerade gezogenen Stiels mit $A$. Mit $B$ bezeichnen wir den Punkt, wo der senkrecht gerade gezogene Stiel die Wasseroberfläche durchstößt, und mit $C$ den Punkt, wo die Seerose das Wasser berührt, wenn der Stiel geneigt ist. Nach Aufgabenstellung ist $|\overline{BC}| = 50\,\text{cm}$, $|\overline{OB}| = |\overline{OA}| - 10\,\text{cm}$ ist die Tiefe des Teiches und $|\overline{OA}| = |\overline{OC}|$ die Länge des Stiels. Nach dem Satz des Pythagoras gilt für das rechtwinklige Dreieck $OBC$ die Gleichung $|\overline{OB}|^2 + (50\,\text{cm})^2 = |\overline{OC}|^2$. Daraus folgt $|\overline{OB}|^2 + (50\,\text{cm})^2 = (|\overline{OB}| + 10\,\text{cm})^2$ bzw. $|\overline{OB}| = 120\,\text{cm}$. Somit ist die Tiefe des Teichs an der Stelle, wo die Seerose wächst, 1 Meter und 20 Zentimeter.

## 10 Oktober – Flugroute Beijing-Ottawa




Es ist einfacher, die Idee für Städte zu verstehen, die nah am Pol liegen. Wenn sie symmetrisch bzgl. des Pols liegen (Abb. 1), dann ist der Weg über den Pol (rot) fast gerade und der Weg entlang des Breitengrades (grün) ein Umweg. Das heißt der Weg entlang des Breitengrades ist nicht der kürzeste. Man bemüht sich jedoch Flugzeuge entlang der kürzesten Verbindung fliegen zu lassen. In der Abb. 2 ist der Überflug Beijing-Ottawa auf der Erdkugel abgebildet. Jetzt ruft die Abweichung nach oben kein Erstaunen mehr hervor. Der einzige Breitengrad, auf dem der Weg entlang des Breitengrades der kürzeste ist, ist der Äquator. Das streng zu beweisen ist nicht einfach, hier soll uns die anschauliche Begründung reichen. Einen beliebigen anderen kürzesten Weg kann man erhalten, indem man den Äquator so dreht, dass er durch den Anfangs- und den Endpunkt geht: Der kürzeste Weg (die rote Linie), zeigt einen gedrehten Äquator und nicht den Breitengrad (grüne Linie, Abb. 3).

## 11 November – Eins-Zwei-Zähler



Die Sortiermaschine kann man vollständig mechanisch bauen, zum Beispiel mit drei gleich langen Stiften, die wie Zeiger einer Uhr mit gleichen Abständen einen Dreistern bilden. Wie auf der Zeichnung zu sehen ist, dreht sich unter dem Gewicht der Schokolinsen der Stern von einer Lage in die andere und die Linsen fallen der Reihe nach einmal in die eine und einmal in die andere Kiste.

## 12 Dezember – Ein verirrtes Sternchen

Notik meint den Stern, den Kvantik vor dem verdunkelten Teil der Mondscheibe links von der Mondsichel gemalt hat. Da Sterne weiter weg sind als der Mond, kann man sie nicht vor dem Mond sehen. Kvantik hat aber möglicherweise einen Satelliten gezeichnet (im Russischen auch als „künstlicher Stern“ bezeichnet).

Der Mond ist ein undurchsichtiger Körper, der sich um die Erde in einem relativ kleinen Abstand bewegt. Bei seiner Bewegung um die Erde verdeckt der Mond für uns ständig Sterne und lässt sie dann wieder sichtbar werden, da sie sich in einem riesigen Abstand, also bedeutend weiter weg als der Mond von unserer Erde, befinden. Satelliten befinden sich näher an der Erde als der Mond. Wenn ein Satellit vor dem teilweise beleuchteten Mond fliegt, so reflektiert er Sonnenlicht und sieht wie ein kleines fliegendes Sternchen aus. In so einer Situation sehen auch Meteoriten, Meteore und Flugzeuge wie bewegte Sternchen aus. Mithilfe einer Fotografie oder einer Zeichnung können wir bewegte von unbewegten Objekten nicht unterscheiden, also auch das von Kvantik gezeichnete Objekt vor dem Mond nicht von einem Stern. Deshalb hielt Notik es für einen falsch gezeichneten Stern. Kvantik hatte jedoch mit seiner Darstellung eines leuchtenden Punktes vor der Mondscheibe ein durchaus realistisches Bild gemalt.