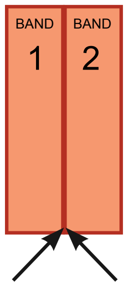
Journal Kvantiks

Rätsel-Kalender 2017

Lösungen

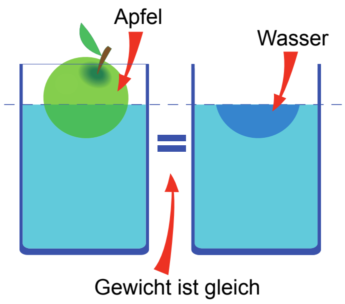
1 Januar – Ein Wurm auf dem Bücherbord

Auf dem Bücherbord ist die erste Seite vom 1. Band ganz rechts und die letzte Seite vom 2. Band ganz links.
Also muss sich der Bücherwurm nur durch den vorderen Buchdeckel vom 1. Band und den hinteren Buchdeckel vom 2. Band fressen. Das sind 2 mm +2 mm = 4 mm.



2 Februar – Kvantiks Apfel

Das Wasser, das der Apfel verdrängt, wiegt genauso viel wie der Apfel selbst.
Dieses physikalische Phänomen wird „Archimedisches Prinzip“ genannt: „Die Auftriebskraft ist immer genauso groß, wie die Schwerkraft der verdrängten Flüssigkeits- bzw. Gasmenge.“
Für diesen Versuch bedeutet das, dass beide Gläser gleich viel wiegen.



Aus demselben Grund können Schiffe im Wasser schwimmen oder Heißluftballone in der Luft fahren.

3 März – Geheimnisvolle Münzwanderung

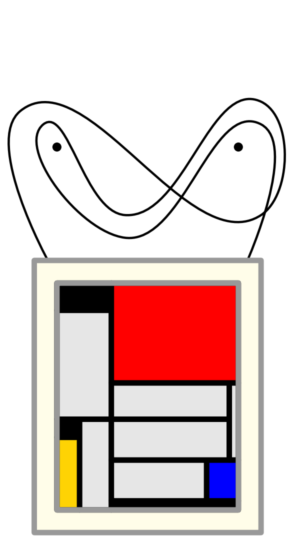
Der Zauberkünstler wählt 10 beliebige Münzen auf dem ersten Tisch aus. Unter diesen Münzen liegen entweder 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 oder 10 Münzen mit der Zahl nach oben. In der Tabelle ist zu sehen, wie viele der ausgewählten Münzen dann mit der Zahl nach unten liegen und wie viele der nicht-ausgewählten Münzen mit Zahl oben liegen.

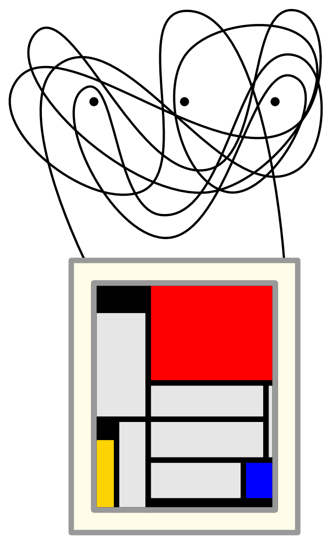
ausgewählte Münzen mit Zahl oben	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ausgewählte Münzen mit Zahl unten	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
nicht-ausgewählte Münzen mit Zahl oben	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Legt der Zauberkünstler seine 10 ausgewählten Münzen auf den leeren Tisch und dreht jede dabei um, so liegen auf beiden Tischen genauso viele mit der Zahl nach oben.

4 April – Kvantik hängt ein Bild auf

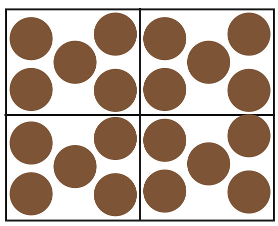
So könnte das Bild mit zwei bzw. drei Nägeln an der Wand hängen, sodass es herunterfällt, wenn einer (egal welcher) der Nägel entfernt wird.





5 Mai – Ein Blech voller Kekse

Knut hat Recht.
Wir denken uns auf dem Backblech einen Schnitt, der das Backblech senkrecht halbiert, und einen Schnitt, der das Backblech waagerecht halbiert. Dann belegen wir jedes der vier Teile (siehe Bild) mit den kleinen Keksen nach demselben Muster wie Elise ihr Backblech belegt hat. So bekommt Knut 4-mal soviele Kekse mit halbem Durchmesser auf sein Blech. Das sind insgesamt $4 \cdot 20 = 80$ Kekse.

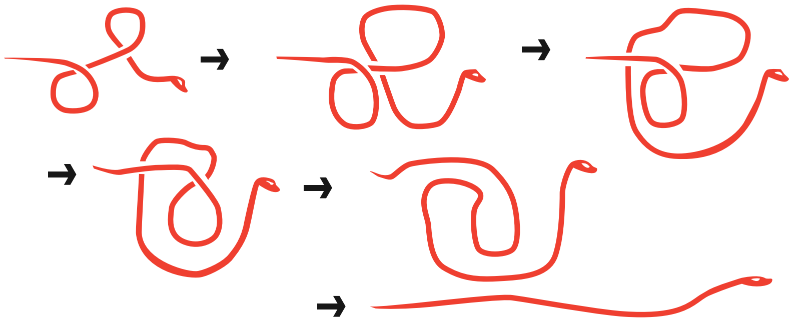


6 Juni – Parkplatz

Wenn wir das Bild umdrehen, sehen wir links von dem blauen Auto die Nummer 86, und rechts neben dem blauen Auto die Nummern 88, 89, 90 und 91. Das blaue Auto steht also bestimmt auf der Nummer 87.

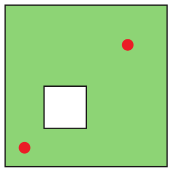
7 Juli – Eine verwirrte Riesenschlange

Die folgende Bilderstrecke zeigt, wie sich Olja entwirren kann, ohne dabei den Bauch nach oben zu drehen.

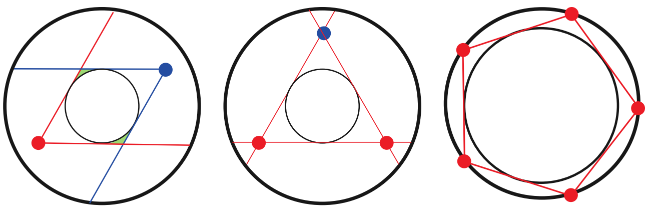


8 August – Vogelscheuchen auf dem Feld

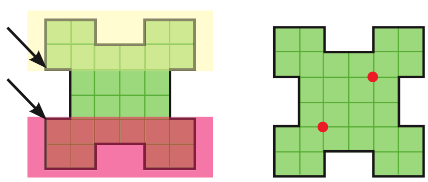
Erstes Feld: Es ist klar, dass eine Vogelscheuche nicht ausreicht. Eine Möglichkeit mit 2 Vogelscheuchen zeigt das Bild.



Zweites Feld: Eine Vogelscheuche sieht weniger als die Hälfte des Umfangs des Heuhaufens (siehe linkes Bild). Daher sind 2 Vogelscheuche nicht genug. Eine Möglichkeit mit 3 Vogelscheuchen zeigt das mittlere Bild.
Interessanterweise hängt die Anzahl der erforderlichen Vogelscheuche vom Verhältnis der Radien des Feldes und des Heuhaufens ab. Das rechte Bild zeigt ein Beispiel mit einem so großen Heuhaufen, dass sogar 5 Vogelscheuchen nötig sind.



Drittes Feld: Es ist klar, dass in jedem der beiden eingefärbten Abschnitte im linken Bild mindestens eine Vogelscheuche stehen muss, da von den beiden Ecken aus jeweils eine Vogelscheuche gesehen werden muss. Daher werden mindestens 2 Vogelscheuchen benötigt. Eine Möglichkeit mit 2 Vogelscheuchen zeigt das rechte Bild.

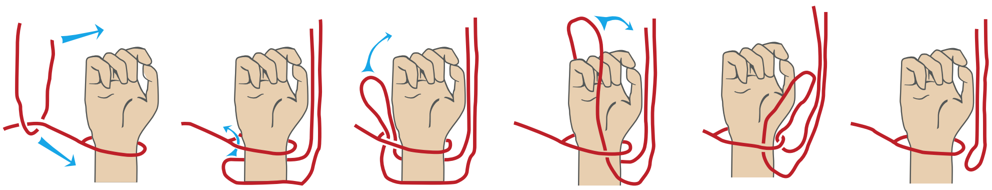


9 September – Die Kette

Es genügt, jeden der vier Ringe in der ganz rechts hängenden Kette aufzuschneiden.
Dann geht man z. B. wie folgt vor: Erst verbindet man die 8-er Kette mit der 2-er Kette, indem ein offener Ring dazwischen gesetzt und anschließend zusammengebogen wird. Diese Kette hat nun die Länge 11. Anschließend lassen sich genauso die 5-er Kette, die 3-er Kette und die 7-er Kette daran anschließen.
Würden wir nur drei oder weniger Kettenglieder aufschneiden, so gäbe es danach ebenso noch mindestens fünf weitere Ketten-Teile. Um diese zu einer Kette zu verbinden, werden aber mindestens vier offene Kettenglieder benötigt.

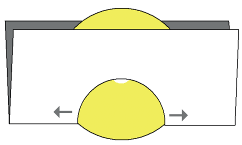
10 Oktober – Der gefesselte Zauberkünstler

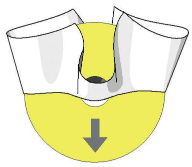
Die Bilderstrecke zeigt die Bewegungen des Zauberkünstlers, wie er sich von seiner Assistentin trennen kann.



11 November – Ein Kreis und ein Loch

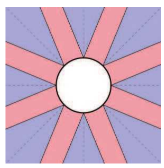
Die Idee zum Lösen dieser Aufgabe ist es, das Loch zu „begradigen“, das heißt das Blatt Papier so zu falten und zu biegen, dass das Loch die Form eines Schlitzes hat. Das Loch hat einen Durchmesser von 8 cm. Die Länge des Umfangs des Loches beträgt ungefähr 25 cm (um genau zu sein, beträgt er $\pi \cdot 8\,\text{cm} = 25{,}1327412\ldots\,\text{cm}$). Der halbe Umfang ist also ungefähr 12,5 cm lang, also länger, als die CD breit ist.

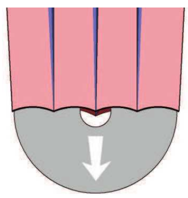




Wir falten das Blatt entlang eines gedachten Durchmessers des Lochs, und ziehen dann vorsichtig das rechte und linke Ende nach außen. Nun passt die CD durch den Schlitz.

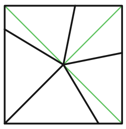
Damit das Blatt Papier nicht reißt, kann man vorher ein paar Hilfsfalten basteln: Die blauen Ecken werden nach innen gebogen, und wir erhalten so etwas wie einen Zylinder aus den roten Streifen. Nun passt die CD einfacher durch das Blatt, ohne dass es einreißt.





12 Dezember – Eine Torte mit Schokoladenglasur

Auf dem Umfang der Oberseite des Kuchens denken wir uns fünf Punkte, die den Umfang in fünf Teile von gleicher Länge aufteilen. Dann verbinden wir diese Punkte mit dem Mittelpunkt der Oberseite des Kuchens. Entlang dieser Linien schneiden wir den Kuchen.



Wir beweisen, dass jedes Stück gleich viel Kuchen und Schokoladenglasur enthält. Die Glasur am Rand des Kuchens ist gleichmäßig auf die Stücke verteilt, da die Punkte den Umfang der Oberseite in fünf Teile von gleicher Länge aufteilen. Es bleibt noch zu beweisen, dass die Oberseiten der fünf Teile gleich groß sind. Wir zerlegen die viereckigen Teile in Dreiecke. Die Fläche der Dreiecke werden mit der Formel $A = ah/2$ berechnet, wobei a die Länge der Grundseite und h die Länge der dazugehörigen Höhe ist. Als Grundseite wählen wir jeweils die Seite, die zum Umfang des Quadrats gehört. Dann sind die Längen der Höhen alle genauso lang wie eine halbe Quadratseite, weil sich alle Schnitte im Mittelpunkt des Quadrats treffen.
Damit sind die Oberseiten aller Stücke gleich groß und haben somit alle gleich viel Glasur. Die Volumina von jedem Stück werden mit der Formel $V = A \cdot H$ berechnet, wobei A die eben berechnete Fläche der Oberseite und H die Höhe des Kuchens ist. Folglich sind auch alle fünf Kuchenstücke gleich groß.

Eine andere Lösung kann durch geschicktes Aufteilen des Kuchens in 25 kleine quadratische Teile erhalten werden. Dabei wird der Umfang in 20 gleich große Teile geteilt. Jedes Kuchenstück hat eine Fläche, die 5 kleinen Teilen entspricht, und enthält 4 Teile vom Rand.