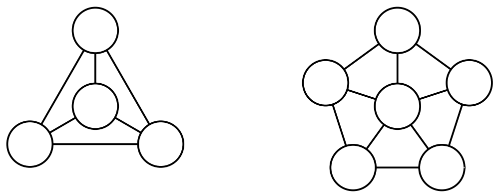
Lösungen der Knobeleien in „Mathe mit dem Känguru 2023“ für die Klassenstufen 3 bis 8

Seite 3: Schreiben wir in das erste Kästchen eine 1, so gibt es 9 Möglichkeiten, Zahlen in das zweite und das dritte Kästchen einzutragen:

$$\begin{array}{lll} 11-1=10 & 11-2=9 & 11-3=8 \\ 12-1=11 & 12-2=10 & 12-3=9 \\ 13-1=12 & 13-2=11 & 13-3=10 \end{array}$$

In diesem Fall erhalten wir die fünf Ergebnisse 8, 9, 10, 11, 12. Schreiben wir statt der 1 die 2 in das erste Kästchen, so werden alle Ergebnisse um 10 größer. Das sind 18, 19, 20, 21, 22. Schreiben wir statt der 1 die 3 in das erste Kästchen, so werden alle Ergebnisse um 20 größer. Das sind 28, 29, 30, 31, 32. Insgesamt kann die Subtraktionsaufgabe 15 verschiedene Ergebnisse haben.

Seite 5: Die folgenden zwei Figuren sind Beispiele, bei denen 3 Farben nicht ausreichen. Bei der ersten Figur ist jeder Kreis mit jedem anderen verbunden, also müssen alle vier Kreise verschieden ausgemalt werden. Wir versuchen die zweiten Figuren mit drei Farben auszumalen: Wenn wir den mittleren Kreis in einer Farbe ausmalen, müssen die umliegenden Kreise abwechselnd in den beiden anderen Farben ausgemalt werden. Weil es sich um eine ungerade Anzahl von umliegenden Kreisen handelt, kann ein Kreis so nicht ausgemalt werden – es sind also vier Farben nötig.



Übrigens reichen vier Farben immer aus, um in der Ebene solche Figuren auszumalen, bei denen miteinander verbundene Kreise verschiedene Farben haben sollen – das ist der sogenannte Vier-Farben-Satz.

Seite 7: Wenn Lia noch eine Schwester hätte, die nie Vierte ist, gäbe es, da Lia nie Erste ist, drei Möglichkeiten, wer morgens zuerst ins Bad geht: entweder Lias Schwester, die Mama oder der Papa.

• Wenn Lias Schwester Erste wäre, dann könnte entweder Lia oder die Mama Zweite sein, da der Papa nie Zweiter ist. Wenn Lia Zweite wäre, wäre der Papa Dritter, da die Mama nie Dritte ist und die Mama wäre dann Vierte. Wenn die Mama Zweite wäre, könnte entweder Lia oder der Papa Dritte bzw. Dritter sein und die oder der andere wäre dann Vierte bzw. Vierter. Es gäbe also 3 Möglichkeiten, wenn Lias Schwester Erste wäre.

• Wenn die Mama Erste wäre, könnte Lia oder Lias Schwester Zweite sein. Wenn Lia Zweite wäre, müsste ihre Schwester Dritte sein, da diese nie Vierte ist und der Papa müsste Vierter sein. Wenn Lias Schwester Zweite wäre, könnte entweder Lia oder der Papa Dritte bzw. Dritter sein und die oder der andere wäre dann Vierte bzw. Vierter. Es gäbe also 3 Möglichkeiten, wenn die Mama Erste wäre.

• Wenn der Papa Erster wäre, könnte Lias Schwester, Lia oder die Mama Zweite sein. Wenn Lias Schwester Zweite wäre, müsste Lia Dritte sein, da die Mama nie Dritte ist, und die Mama wäre Vierte. Wenn Lia Zweite wäre, dann müsste Lias Schwester Dritte sein, weil Lias Schwester nie Vierte ist, und die Mama wäre Vierte. Wenn die Mama Zweite wäre, dann müsste Lias Schwester Dritte sein, weil diese nie Vierte ist, und Lia wäre Vierte. Es gäbe also ebenfalls 3 Möglichkeiten, wenn der Papa Erster wäre.

Damit haben wir alle Fälle erfasst. Es gäbe für die vier morgens im Bad $3+3+3=9$ Reihenfolgen.

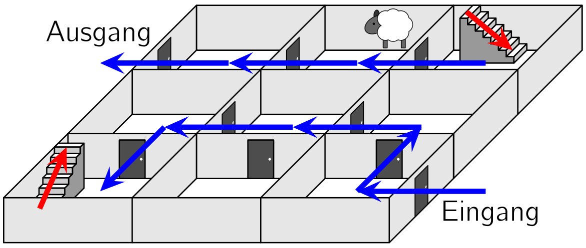
Seite 7: Es gibt genau zwei 1×1 Kästchen große Quadrate, die genau einen Stern enthalten, nämlich die beiden, in denen sich die Sterne befinden. Des Weiteren gibt es jeweils noch 3 Quadrate, die 2×2 Kästchen groß sind und nur den linken bzw. den rechten Stern enthalten. Insgesamt sind es also 8 Quadrate.

<u>*Seite 8*</u>: 9 der 24 Kästchen sind schon ausgemalt. Die Hälfte von 24 ist 12. Es müssen also noch $12-9=3$ Kästchen ausgemalt werden.

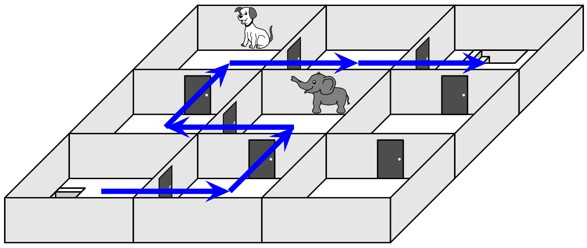
<u>*Seite 10*</u>: Das sind die Lösungen der Rechenrätsel:

Summen	**Differenzen**	**Produkte**	**Quotienten**	**Gemischte Aufgaben**
$87+3=90$	$53-7=46$	$27\cdot 3=81$	$96:8=12$	$32+9=46-5$
$49+31=80$	$39-25=14$	$164\cdot 5=820$	$670:5=134$	$2+3=5\cdot 1$
$15+82=97$		$68\cdot 14=952$		$2+1=9:3$
				$9-7=6:3$
				$1\cdot 4=8:2$

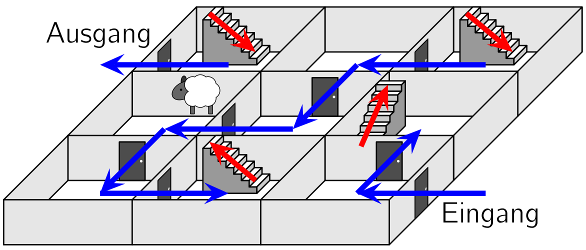
<u>*Seite 11*</u>: Beim ersten Gebäude ist die Reihenfolge der Tiere an den Wänden Elefant–Hund–Schaf. Dabei muss sie durch 14 Türen gehen und 2-mal das Stockwerk wechseln.



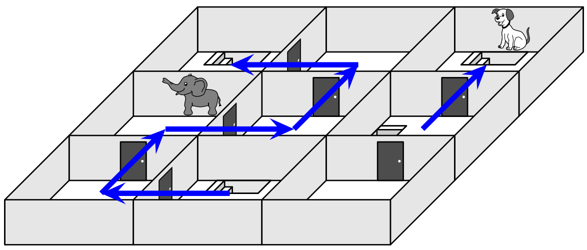
Erdgeschoss


1. Obergeschoss

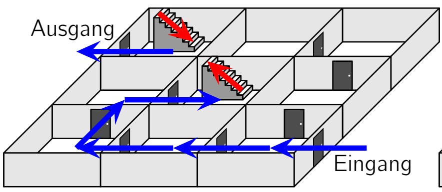
Beim zweiten Gebäude ist die Reihenfolge der Tiere an den Wänden Hund–Schaf–Elefant. Dabei muss sie durch 14 Türen gehen und 4-mal das Stockwerk wechseln.



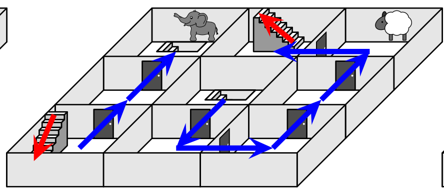
Erdgeschoss

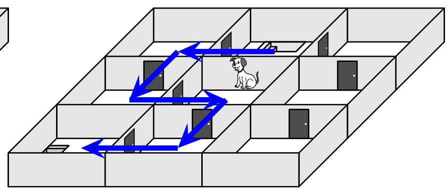

1. Obergeschoss

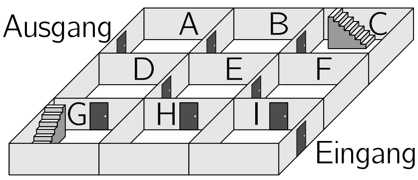
Beim dritten Gebäude ist die Reihenfolge der Tiere an den Wänden Schaf–Hund–Elefant. Dabei muss sie durch 18 Türen gehen und 4-mal das Stockwerk wechseln.

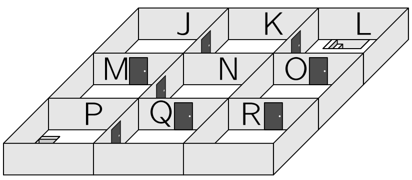


Erdgeschoss


1. Obergeschoss


2. Obergeschoss



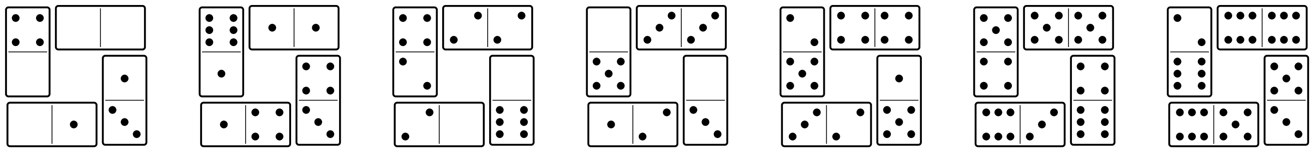


Der Weg vom Eingang zum Ausgang geht durch die Räume I, F, E, D, G, P, Q, N, M, J, K, L, C, B, A.

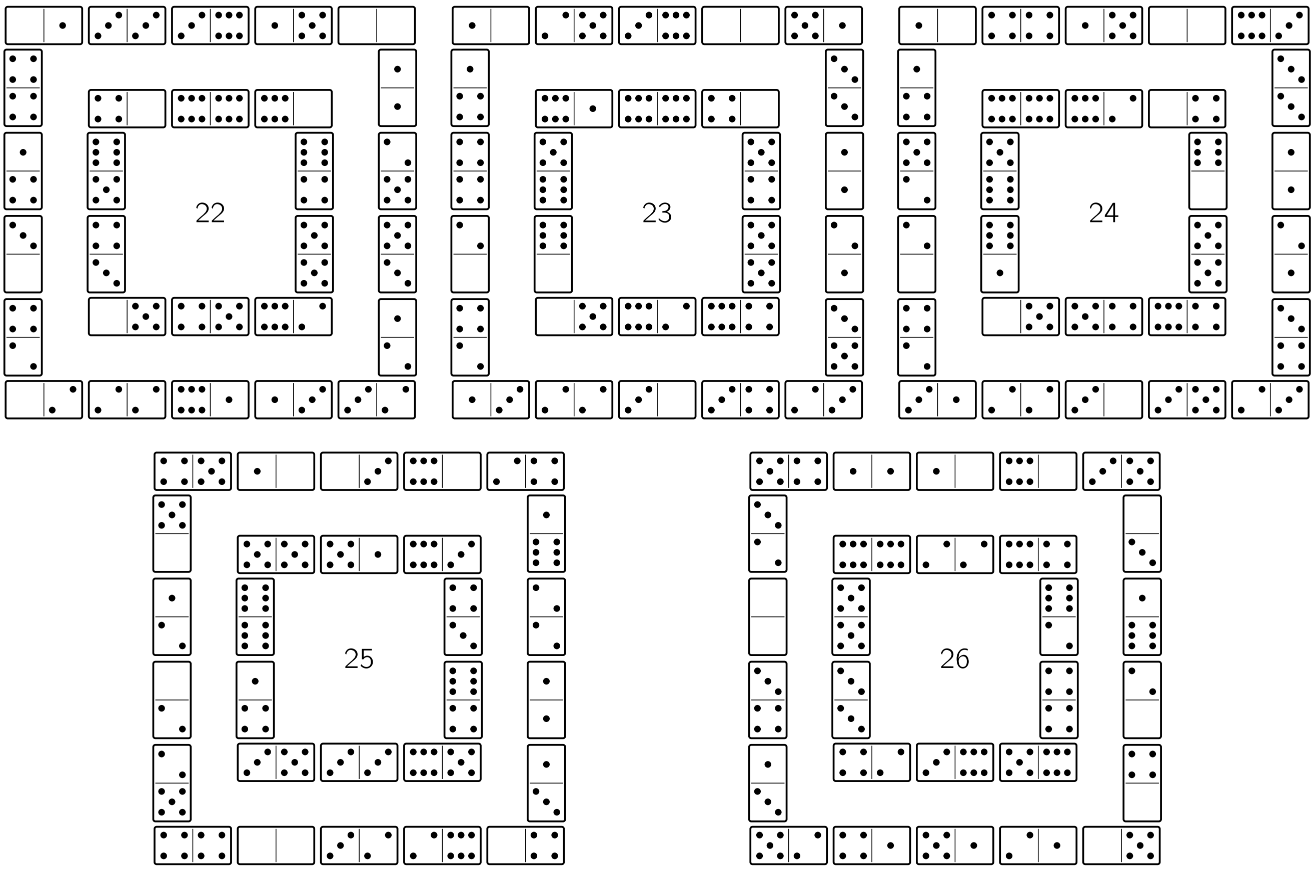
Wenn Marc das erste Mal den Raum J betritt, dann kann er noch nicht wissen, wie der Weg zum Ausgang verläuft: Neben dem richtigen Weg K, L, C, B, A könnte der Weg auch K, B, A sein.

Erst wenn Marc den Raum K betritt, kann er sicher sein, dass der restliche Weg zum Ausgang durch die Räume L, C, B, A verläuft.

<u>*Seite 13*</u>: Es gibt mehrere Möglichkeiten, wir geben eine davon an.

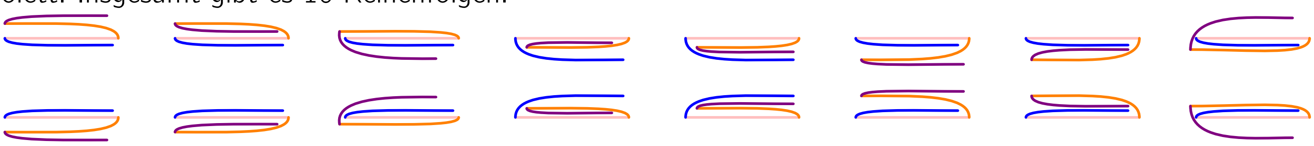


Es sind nur die Summen 22 bis 26 möglich, wir geben jeweils ein Beispiel an.



Falten wir den roten und den gelben Teil beide nach oben, so erhalten wir zwei Möglichkeiten, bei denen der grüne Teil unten ist. Falten wir den roten und den gelben Teil beide nach unten, so erhalten wir zwei Möglichkeiten, bei denen der grüne Teil oben ist. Falten wir den roten und den gelben Teil in verschiedene Richtungen, so erhalten wir zwei Möglichkeiten, bei denen der grüne Teil in der Mitte ist. Es sind also alle 6 Reihenfolgen möglich.

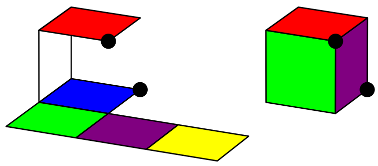
Hier sind nicht alle Reihenfolgen möglich, denn wenn violett zwischen blau und pink ist, ist auch orange zwischen blau und pink. Ebenso ist, wenn blau zwischen orange und violett ist, auch pink zwischen orange und violett. Insgesamt gibt es 16 Reihenfolgen.



Falten wir das Quadrat als erstes an der waagerechten Linie, so liegen danach orange und violett (in dieser Reihenfolge) über blau und pink oder unter blau und pink. Nach dem zweiten Falten gibt es dann die folgenden 4 Reihenfolgen: orange-blau-pink-violett, pink-violett-orange-blau, blau-orange-violett-pink, violett-pink-blau-orange. Falten wir das Quadrat als erstes an der senkrechten Linie, so liegen danach orange und blau (in dieser Reihenfolge) über violett und pink oder unter violett und pink. Nach dem zweiten Falten gibt es dann die folgenden 4 Reihenfolgen: violett-orange-blau-pink, blau-pink-violett-orange, orange-violett-pink-blau, pink-blau-orange-violett. Insgesamt sind das 8 mögliche Reihenfolgen.

Falten wir das Rechteck zuerst an der waagerechten Linie, so erhalten wir die Form bei , und falten wir das Rechteck zuerst an einer senkrechten Linie, so erhalten wir ein Quadrat. Einige Reihenfolgen können wir durch verschiedene Faltungen erhalten. Insgesamt sind es 44 verschiedene Reihenfolgen:
gelb-ocker-grün-rot-violett-orange, gelb-ocker-violett-orange-grün-rot, gelb-orange-rot-grün-ocker-violett,
gelb-orange-violett-ocker-grün-rot, gelb-rot-grün-ocker-violett-orange, gelb-rot-orange-violett-ocker-grün,
grün-ocker-gelb-rot-orange-violett, grün-ocker-violett-gelb-orange-rot, grün-ocker-violett-orange-rot-gelb,
grün-rot-gelb-ocker-violett-orange, grün-rot-gelb-orange-violett-ocker, grün-rot-orange-gelb-ocker-violett,
grün-rot-violett-orange-gelb-ocker, grün-violett-ocker-orange-gelb-rot, ocker-gelb-orange-violett-rot-grün,
ocker-gelb-rot-grün-orange-violett, ocker-grün-rot-gelb-orange-violett, ocker-grün-violett-orange-gelb-rot,
ocker-violett-grün-rot-gelb-orange, ocker-violett-orange-gelb-rot-grün, orange-gelb-ocker-violett-grün-rot,
orange-gelb-rot-grün-violett-ocker, orange-gelb-rot-ocker-grün-violett, orange-rot-gelb-grün-ocker-violett,
orange-violett-grün-ocker-gelb-rot, orange-violett-ocker-gelb-rot-grün, orange-violett-ocker-grün-rot-gelb,
orange-violett-rot-grün-ocker-gelb, rot-gelb-ocker-grün-violett-orange, rot-gelb-orange-ocker-violett-grün,
rot-gelb-orange-violett-grün-ocker, rot-grün-ocker-gelb-orange-violett, rot-grün-ocker-violett-orange-gelb,
rot-grün-orange-violett-ocker-gelb, rot-grün-violett-ocker-gelb-orange, rot-orange-gelb-violett-ocker-grün,
violett-grün-ocker-rot-gelb-orange, violett-ocker-gelb-orange-rot-grün, violett-ocker-grün-gelb-rot-orange,
violett-ocker-grün-rot-orange-gelb, violett-orange-gelb-ocker-grün-rot, violett-orange-gelb-rot-grün-ocker,
violett-orange-grün-rot-gelb-ocker, violett-orange-rot-gelb-ocker-grün.

Seite 15: Wir drehen den Würfel so, dass die Unterseite des Würfels blau ist und die linke Seitenfläche weiß. Dann ist die Oberseite rot, die vordere Seitenfläche grün, die rechte Seitenfläche lila und die hintere Seitenfläche gelb. Die beiden dick markierten Punkte gehören zu der rechten Seitenfläche, und die ist lila.



Seite 19: Die Lösung ist $9 - 8 + 7 \cdot 6 = 43$.

Seite 20: Die größte 3-stellige Zahl, die durch 4 teilbar ist, ist 996. Die kleinste 4-stellige Zahl, die durch 3 teilbar ist, ist 1002. Ihre Summe ist $996 + 1002 = 1998$.

<u>*Seite 22*</u>: Die korrigierten Tastenabfolgen sind

A: ↑ ↑ ↑ ↑ ↰ ↑ oder ↑ ↑ ↑ ↑ ↱ ↓

B: ↑ ↑ ↰ ↑ ↑ ↰ ↑ ↱ ↑

C: ↑ ↑ ↑ ↱ ↑ ↱ ↱ ↱ ↱ ↑ ↑

D: ↓ ↱ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↱ ↓ ↓

E: 4× ↑ ↱ ↑ ↰ 5× ↑ ↰ 4× ↑ ↰ 3× ↑ ↰ ↑ ↑ ↰ ↑

F: ↓ ↰ 5× ↑ ↱ 3×(↑ ↑ ↰ ↑ ↱ ↑ ↑ ↱ ↑ ↰) ↱ 8× ↑ ↱ 3× ↑

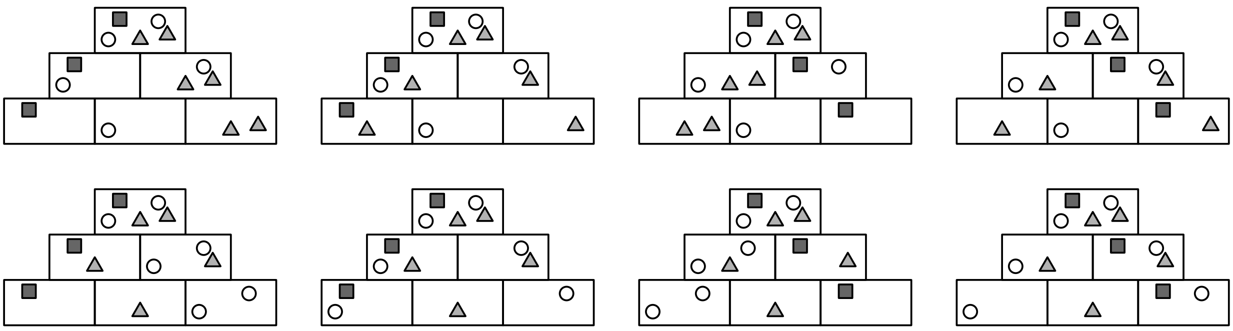
Mit der Tastenabfolge 4× ↱ dreht sich Robbie einmal im Uhrzeigersinn.

Mit der Tastenabfolge 3×(4× ↱) 3×(4× ↰) oder 12× ↱ 12× ↰ dreht sich Robbie erst dreimal im Uhrzeigersinn und dann dreimal gegen den Uhrzeigersinn.

Mit der Tastenabfolge 4×(4× ↑ ↱) läuft Robbie ein Quadrat mit Seitenlänge 5 ab.

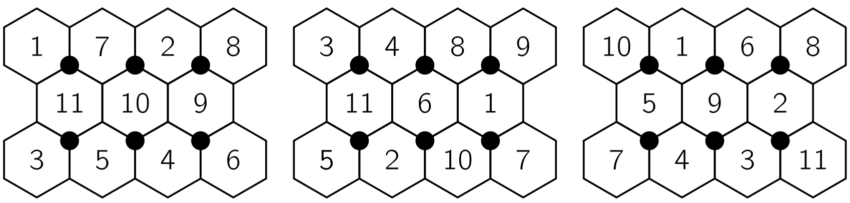
<u>*Seite 23*</u>: Pyramiden: Jede Figur, die in das mittlere Feld der unteren Reihe eingezeichnet wird, taucht oben zweimal so oft auf. Außerdem darf kein Feld leer bleiben.

Bei der ersten Pyramide kann im mittleren Feld der unteren Reihe entweder ein Kreis oder ein Dreieck eingezeichnet werden. So ergeben sich jeweils 4, also insgesamt 8 Möglichkeiten:

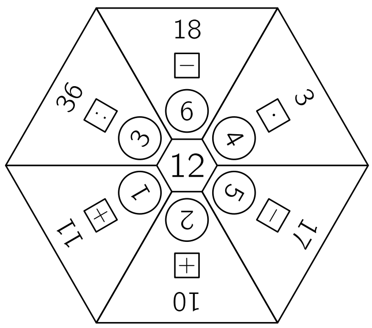


Bei der zweiten Pyramide kann im mittleren Feld der unteren Reihe entweder ein Dreieck, ein Quadrat oder aber ein Dreieck und ein Quadrat eingezeichnet werden. So ergeben sich 6, 10 bzw. 2, also insgesamt 18 Möglichkeiten.

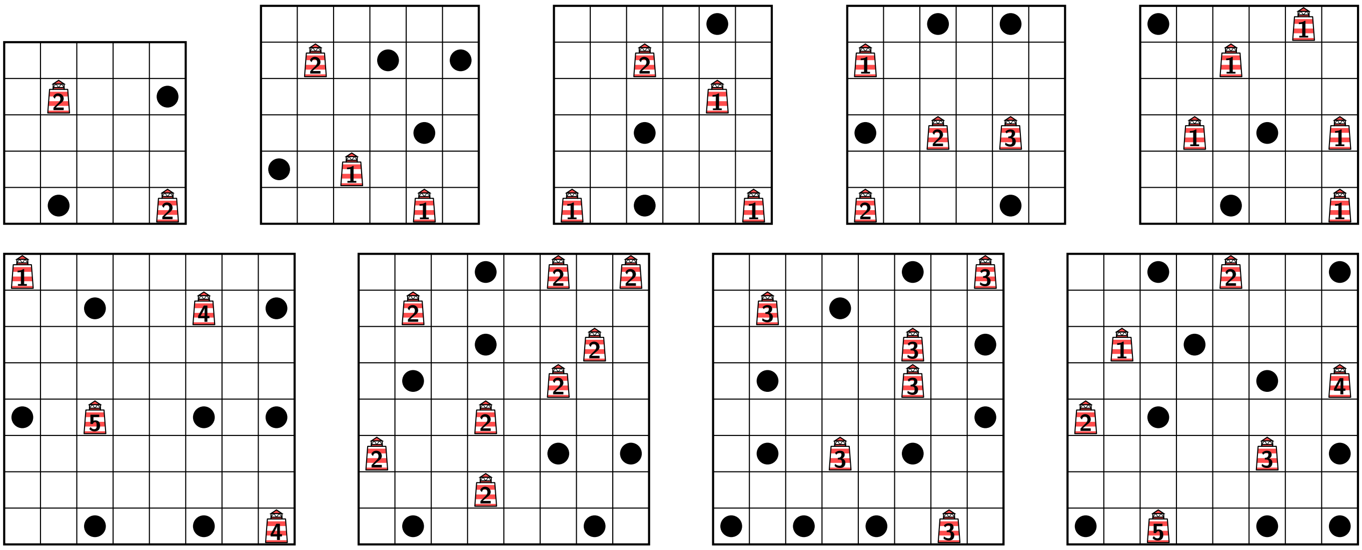
Die Summe beim ersten Sechseck-Rätsel ist 19, beim zweiten 18 und beim dritten 16. Vollständig ausgefüllt sehen sie so aus:



Das Ergebnis lautet 12.



Seite 24: Die Lösungen der Leuchttürme-Rätsel sind:



Seite 28: Von der ersten zur zweiten Zahl wechseln die Ziffern an der Zehner- und an der Einerstelle. Somit endet die erste Zahl auf 00, die zweite auf 99 und die dritte auf 98. Also gilt ♢ = 0, △ = 9 sowie □ = 8. Die erste Zahl ist also 800. Folglich ist die zweite Zahl 799, die dritte 798 und die gesuchte, nächstkleinere Zahl 797. Somit ist ♡ = 7, und die 797 ist in Symbolen geschrieben ♡△♡. Die Zahl ist eine andere, aber die Schreibweise mit den Symbolen ist dieselbe wie in der Aufgabe 13.

Die Aufgabe lässt sich auch lösen, ohne die Ziffern zu finden. Da die zweite Zahl um 1 kleiner ist als die erste, muss ♡ um 1 kleiner sein als □. Also ist ♡△♡ um 1 kleiner als ♡△□ und damit die gesuchte Zahl.

Seite 30: Es gibt mehrere Möglichkeiten, eine davon ist $905 + 637 + 481 = 2023$.

Seite 32: Da die Summe der drei natürlichen Zahlen 12 ist, sind sie alle kleiner oder gleich 12. Nun zerlegen wir 48 in Primfaktoren: $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$. Somit kommen nur die folgenden Faktoren in Frage: $12 \cdot 4 \cdot 1$, $12 \cdot 2 \cdot 2$, $8 \cdot 6 \cdot 1$, $8 \cdot 3 \cdot 2$, $6 \cdot 4 \cdot 2$, $4 \cdot 4 \cdot 3$. Da nur bei den Zahlen 6, 4, 2 gleichzeitig auch die Summe gleich 12 ist, sind das die gesuchten drei Zahlen.

Seite 33: Unter den Zahlen von 1 bis 2023 ist auch die Zahl 10 dabei. Somit ist das Produkt ein Vielfaches von 10 und endet auf die Ziffer 0.

Seite 34: Die drei anderen Möglichkeiten sind