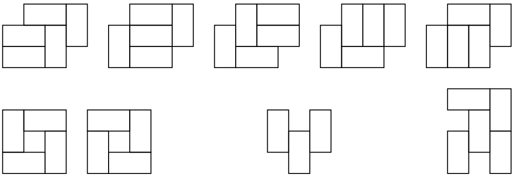
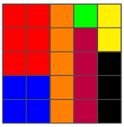
Lösungen der Knobeleien in „Mathe mit dem Känguru 2018“ für die Klassenstufen 3 bis 8

Seite 5: Das Muster (**A**) lässt sich auf 5 verschiedene Weisen zusammenschieben, das Muster (**B**) auf 2 und die Muster (**C**) und (**D**) jeweils auf eine.



Seite 7: Es passen sieben verschiedene Rechtecke in das Quadrat.



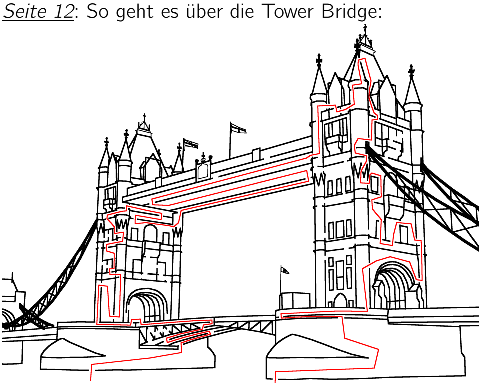
Seite 10: Die Bilder **B** und **F** sind gleich. Bei **A** ist am mittleren Mast das obere Segel größer, bei **C** fehlt der Ausguck, bei **D** gibt es 2 dunkle Wolkengruppen und bei **E** gibt es am mittleren Mast 3 Segel.

Seite 6: Im Gebilde liegen 2 Würfel an einem Ende, 3 Würfel in einer Ecke und 5 Würfel auf einem geraden Abschnitt. Um so viele Augen wie möglich zu sehen, verkleben wir die Würfel so, dass die Augenzahl auf den verklebten Seiten möglichst klein ist. Die 2 Würfel an den Enden lassen sich so legen, dass nur die 1 verdeckt ist. Die 3 Würfel in den Ecken lassen sich so legen, dass nur die 1 und die 2, also insgesamt 3 Augen verdeckt sind. Da auf einem Würfel die gegenüberliegenden Augenzahlen sich zu 7 addieren (1 und 6; 2 und 5; 3 und 4), sind auf jedem der anderen 5 Würfel genau 7 Augen verdeckt. Auf jedem Würfel sind $1+2+3+4+5+6 = 21$ Augen. Insgesamt haben die 10 Würfel also 210 Augen, von denen wir mindestens $2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 7 = 46$ nicht sehen können. Es sind folglich $210 - 46 = 164$ Augen maximal zu sehen.

Seite 10: Das sind die Stationen von James Cook bei seiner ersten Südseereise in der richtigen Reihenfolge:

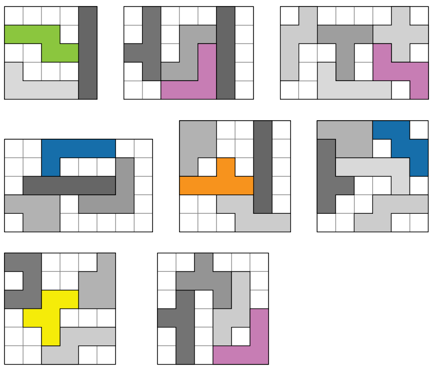
Plymouth	26.08.1768
Rio de Janeiro	November 1768 bis Dezember 1768
Kap Hoorn	Januar 1769
Tahiti	April 1769 bis Juli 1769
Neuseeland	Oktober 1769 bis April 1770
Australien	April 1770 bis August 1770
Batavia	August 1770 bis Dezember 1770
Kapstadt	März 1771 bis April 1771
Woolwich	16.07.1771

Seite 12: So geht es über die Tower Bridge:

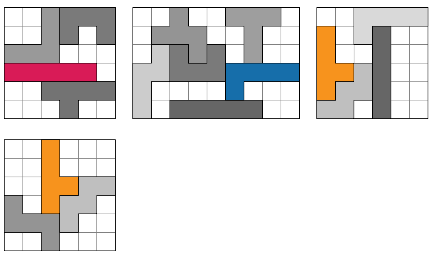


Seite 11: Einige der Rätsel haben mehrere Lösungen. Wir geben jeweils eine an.

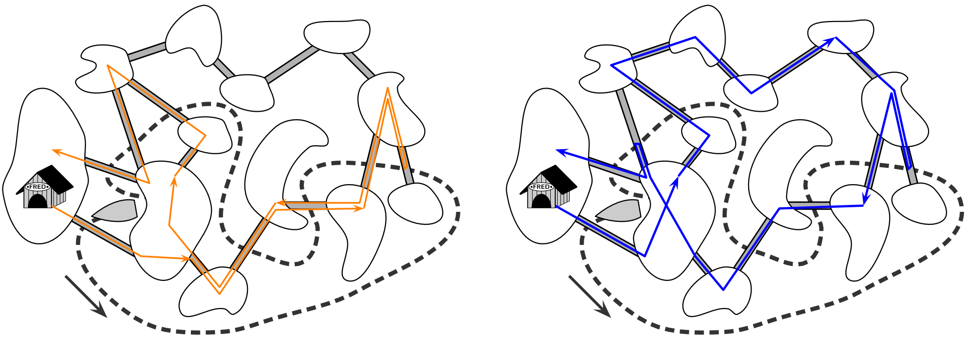
Hier ist kein Zug mehr möglich.



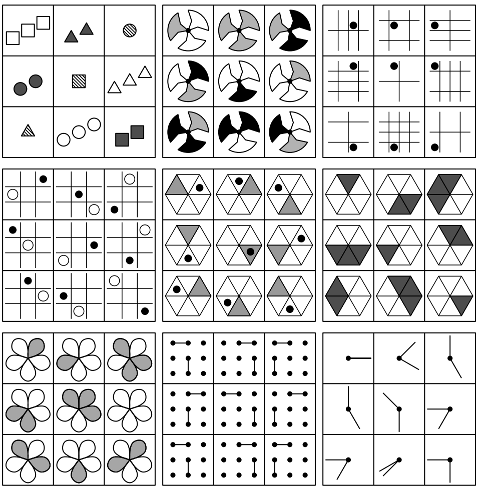
Hier sind noch genau zwei weitere Züge nötig.



Seite 12: Der orange Weg zeigt, dass Fred alle Brückendurchfahrten sehen kann, wenn er insgesamt nur 14 Brücken betritt. Der blaue Weg zeigt den Weg, bei dem Fred jede Brücke höchstens einmal betritt und nur die drittletzte Brückendurchfahrt verpasst.

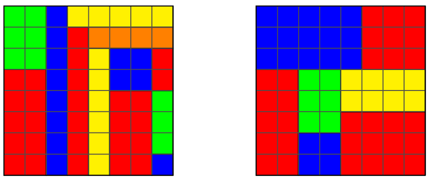


Seite 13: Das sind die vollständig ausgefüllten Felder.

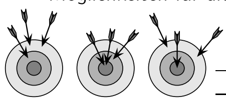


Seite 14:
1: Das Möbiusband hat nur eine Seite.
2: Das Möbiusband hat nur einen Rand.
3: Es entsteht ein Band, das viermal verdreht ist.
4: Es entstehen zwei ineinander verschlungene Bänder: ein Möbiusband und ein Band, das viermal verdreht ist.
5: Hier entstehen zwei ineinander verschlungene Herzen.
6: Und zu guter Letzt entsteht ein Quadrat.

Seite 15: Ohne Beschränkung passen 12 Rechtecke in das Quadrat. Soll jede Rechteckseite eine Seitenlänge größer als 1 haben, so passen 7 Rechtecke.

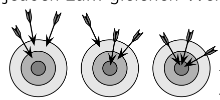


Seite 17: Die Ergebnisse sind immer eindeutig. Lediglich bei der 3. Aufgabe gibt es verschiedene Möglichkeiten für die Verteilung der Punkte. Alle führen jedoch zum gleichen Wert im dritten Versuch.



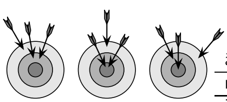
7 P. 13 P. **9 P.**

äußerer Ring	2 P.
mittlerer Ring	3 P.
innerer Kreis	5 P.



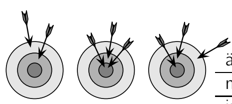
10 P. 12 P. **15 P.**

äußerer Ring	3 P.
mittlerer Ring	4 P.
innerer Kreis	5 P.



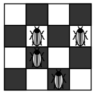
17 P. 21 P. **19 P.**

äußerer Ring	1 P.	3 P.	5 P.
mittlerer Ring	8 P.	7 P.	6 P.
innerer Kreis	10 P.	9 P.	8 P.

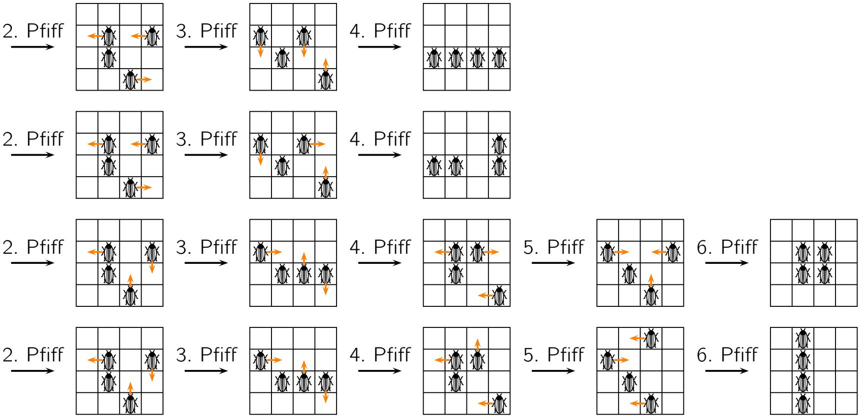


8 P. 17 P. **14 P.**

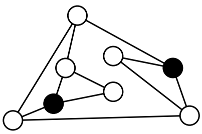
äußerer Ring	3 P.
mittlerer Ring	5 P.
innerer Kreis	6 P.

Seite 18: Wir färben das Gitter nach dem 2. Pfiff im Schachbrettmuster: 
Nach dem 2. Pfiff sitzen 2 Käfer auf einem weißen Feld und 2 Käfer auf einem schwarzen Feld. Bei jedem Pfiff krabbeln die wachen Käfer auf ein benachbartes Feld. Die Käfer, die auf einem weißen Feld sitzen, krabbeln auf ein schwarzes Feld und umgekehrt. Nach einem weiteren Pfiff, sitzen sie wieder auf einem Feld mit derselben Farbe wie am Anfang. Demzufolge sitzen nach dem 20. Pfiff wieder 2 Käfer auf einem weißen und 2 Käfer auf einem schwarzen Feld. Daher können die Anordnungen 1 (4-mal schwarz), 3 (4-mal schwarz) und 6 (3-mal schwarz) nicht nach dem 20. Pfiff entstehen.

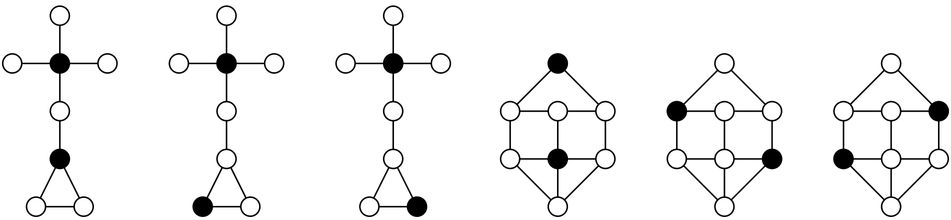
Die anderen Anordnungen sind möglich. Sobald die Käfer einmal in der richtigen Anordnung sitzen, können sie immer abwechselnd auf ein leeres Nachbarfeld kriechen und dann wieder in die richtige Anordnung zurück, bis der 20. Pfiff ertönt ist. Die folgenden Bilder zeigen mögliche Wege, sodass die Käfer am Ende in der entsprechenden Anordnung sitzen.



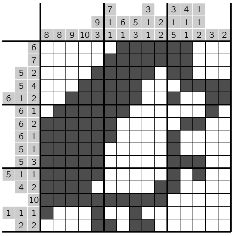
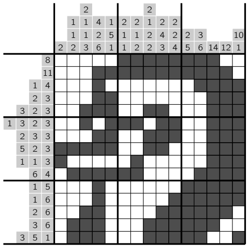
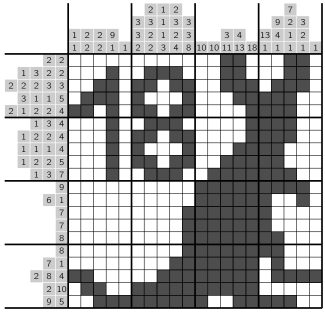
Seite 19: Das ist die zweite Möglichkeit:



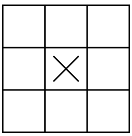
Hier sind zwei Beispiele, wie die 8 Lampen verbunden sein könnten. Es sind jeweils die 3 Möglichkeiten angegeben, welche Lampen berührt werden müssen, sodass bei deren Berührung alle Lampen angehen.

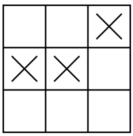


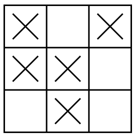
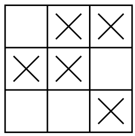
<u>Seite 23</u>:

<u>Seite 24</u>: Wir zeigen euch eine Taktik, um bei Notakto zu gewinnen. Seid ihr als erstes dran, so setzt ihr ein Kreuz in die Mitte. Nachdem euer Gegner gesetzt hat, bewegt ihr euch von dieser Stelle wie ein Pferd bzw. Springer beim Schach weg und setzt dort euer Kreuz. Nach einem weiteren Anwenden des Springerzuges muss der Gegner eine Reihe vervollständigen.


nach dem 1. Zug


nach dem 3. Zug



zwei Möglichkeiten nach dem 5. Zug

Setzt euer Gegner zuerst nicht in die Mitte, so setzt ihr euer Kreuz genau gegenüber und setzt diese Taktik weiter fort. Das ist die sogenannte Spiegelstrategie und führt hier zum Sieg.

<u>Seite 25</u>:

1. Annas Vater hat auf jeden Fall eine Tochter namens Anna. Die jüngste Tochter muss also **Anna** heißen.
2. Jeder Sohn hat die gleichen beiden Mädchen als Schwestern. Frau Lang hat also 2 Töchter und demnach insgesamt **9 Kinder**.
3. Richard löst auf: „Da ich keine Geschwister habe, kann nur ich der Sohn meiner Mutter sein. Ich bin also der Vater der Frau auf dem Foto. Auf dem Foto ist also **meine Tochter**.“
4. Der Sohn der Tochter ist der Enkelsohn von Opa Heinz. Sein Vater ist der Mann von der Tochter von Opa Heinz, also der **Schwiegersohn** von Opa Heinz.
5. Laura ist **meine Cousine**.
6. Frau Schmidts Mutter ist die Schwiegermutter meines Vaters. Mein Vater ist also mit Frau Schmidt verheiratet. Frau Schmidts Mutter ist demzufolge die Mutter meiner Mutter, also meine **Großmutter**.

<u>*Seite 25*</u>: Zum systematischen Probieren ist es sinnvoll mit dem größten Gewicht anzufangen und dann kleiner zu werden. Man erhält die 4 Möglichkeiten: 13 kg + 4 kg = 10 kg + 7 kg; 13 kg + 1 kg = 10 kg + 4 kg; 10 kg + 1 kg = 7 kg + 4 kg; 7 kg + 1 kg = 5 kg + 3 kg.
Es gibt vier mögliche Lösungen für Gewichte bis 13 kg, die keine gleichen Summen haben:

1 kg, 2 kg, 3 kg, 5 kg, 8 kg und 13 kg; 1 kg, 2 kg, 3 kg, 7 kg, 10 kg und 13 kg;
1 kg, 4 kg, 7 kg, 11 kg, 12 kg und 13 kg; 1 kg, 6 kg, 9 kg, 11 kg, 12 kg und 13 kg.

Um die nötige Anzahl zu bestimmen, müssen wir die Genauigkeit der Waage durch die gewünschte Genauigkeit teilen. Wir benötigen 1 g : 0,05 g = 20 1-Cent-Münzen für eine Genauigkeit von 0,05 g und 1 g : 0,002 g = 500 1-Cent-Münzen für eine Genauigkeit von 0,002 g.

(a) Wir bezeichnen die Murmeln mit den Buchstaben *A* bis *H*. Als erstes legen wir die Murmeln *A* und *B* auf eine Seite und *C* und *D* auf die andere Seite der Waage.
1. Fall: Beide Seiten sind gleich schwer. Dann wiegen wir *A* und *B* gegeneinander. Sind sie unterschiedlich schwer, so sind von den Murmeln *A* und *B* eine aus Holz und eine aus Metall. Sind *A* und *B* gleich schwer, so sind *A*, *B*, *C* und *D* aus demselben Material. Also sind unter anderem *A* und *E* aus unterschiedlichem Material.
2. Fall: Beide Seiten sind unterschiedlich schwer. Dann wiegen wir *A* und *C* gegeneinander. Sind sie unterschiedlich schwer, so haben wir mit *A* und *C* die geforderten Murmeln. Sind *A* und *C* aber gleich schwer, so müssen *B* und *D* unterschiedlich schwer sein. Das heißt *B* und *D* erfüllen die Bedingungen.

(b) Die vier Murmeln bezeichnen wir mit *A*, *B*, *C* und *D*. Wir wiegen zunächst *A* und *B* gegen *C* und *D* ab.
1. Fall: Beide Seiten sind gleich schwer. Dann wiegen wir *A* und *B* gegeneinander. Sind *A* und *B* gleich schwer, so sind all meine vier Murmeln aus dem gleichen Material. Sind *A* und *B* unterschiedlich schwer, so ist eine von ihnen aus Holz und eine aus Metall. Ebenso ist von *C* und *D* eine aus Holz und eine aus Metall. Also sind von den vier Murmeln zwei aus Holz und zwei aus Metall.
2. Fall: Beide Seiten sind unterschiedlich schwer. Insbesondere sind dann die vier Murmeln nicht alle aus dem gleichen Material und wir wiegen nun *A* und *C* gegen *B* und *D*. Sind zwei von ihnen aus Holz und zwei aus Metall, so sind *A* und *B* aus einem und *C* und *D* aus dem anderen Material. Folglich wären dann *A* und *C* genauso schwer wie *B* und *D*. Andernfalls gibt es drei Murmeln aus einem und eine Murmel aus dem anderen Material. Folglich wären dann *A* und *C* nicht genauso schwer wie *B* und *D*. Da es nur diese beiden Möglichkeiten gibt, sind also, wenn *A* und *C* zusammen genauso schwer sind wie *B* und *D*, zwei Murmeln aus Holz und zwei aus Metall und wenn *A* und *C* zusammen nicht genauso schwer sind wie *B* und *D*, gibt es drei aus einem und eine aus dem anderen Material.

<u>*Seite 29*</u>: Zwei Möglichkeiten sind $987 \cdot 2 + 51 + 3 - 6 - 4$ und $4 \cdot 6 \cdot 87 + 2 - 53 - 19$.

<u>*Seite 31*</u>: Wir schreiben $AA = 10 \cdot A + A$ und analog $AB = 10 \cdot A + B$, $BB = 10 \cdot B + B$, $BA = 10 \cdot B + A$. Dann ist $AA + AB + BB + BA = 22 \cdot (A + B) = 66$, also $A + B = 3$. Beachtet man weiter, dass *A* und *B* Ziffern ungleich Null sind, so ergeben sich die zwei Lösungen (A=1; B=2) und (A=2; B=1).

<u>*Seite 33*</u>: Wir multiplizieren schriftlich und erhalten diese Summe:
E und F sind vordere Ziffern, können also nicht 0 sein. An der Tausenderstelle lesen wir ab, dass $F \leq E$ ist. Dann muss es aber an der Zehnersteller einen Übertrag geben, da $E + E > F$. Dann muss aber wegen der Hunderterstelle $E + F + 1 = 10 + F$ sein und demnach $E = 9$. Es ergibt sich $F = 8$ und wir überprüfen $11 \cdot 899 = 9889$.

$$\begin{array}{rcccc} & & \mathrm{F} & \mathrm{E} & \mathrm{E} \\ + & & & \mathrm{F} & \mathrm{E} \;\; \mathrm{E} \\ \hline & \mathrm{E} & \mathrm{F} & \mathrm{F} & \mathrm{E} \end{array}$$