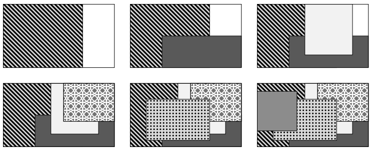
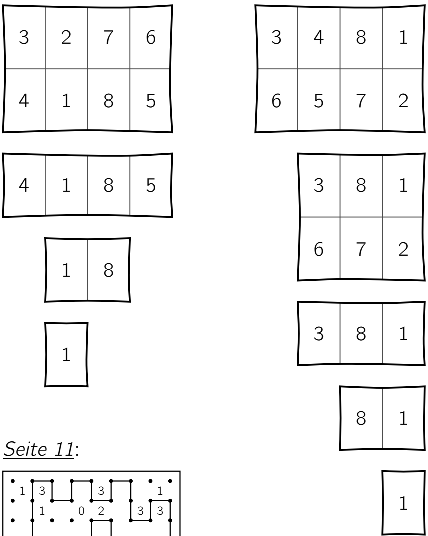
Lösungen der Knobeleien in „Mathe mit dem Känguru 2017“ für die Klassenstufen 3 bis 8

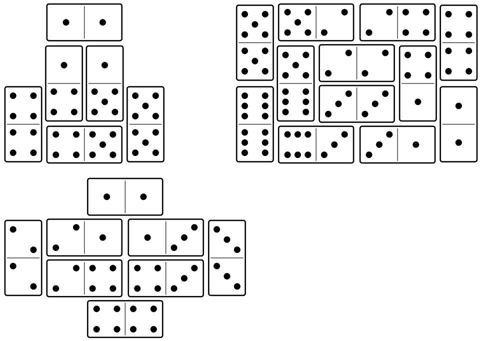
Seite 3: Die Reihenfolge lautet:



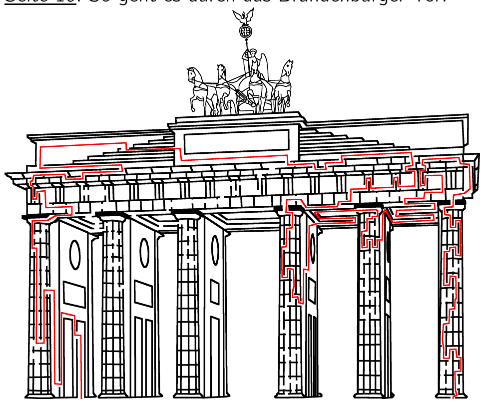
Seite 7: Beim linken Rechteck falten wir als erstes die obere Hälfte nach hinten um. Dann falten wir das linke und das rechte Feld nach hinten um und schließlich das rechte Feld nach hinten. Beim rechten Rechteck falten wir als erstes die beiden linken Felder nach vorn, dann die untere Hälfte nach hinten. Und dann klappen wir zweimal das linke Feld nach hinten.



Seite 5: Neben der Figur in der Aufgabe lassen sich viele weitere Figuren legen, wie z. B.:



Seite 10: So geht es durch das Brandenburger Tor:



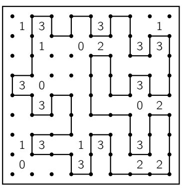
Seite 10: Die magischen Quadrate sind:

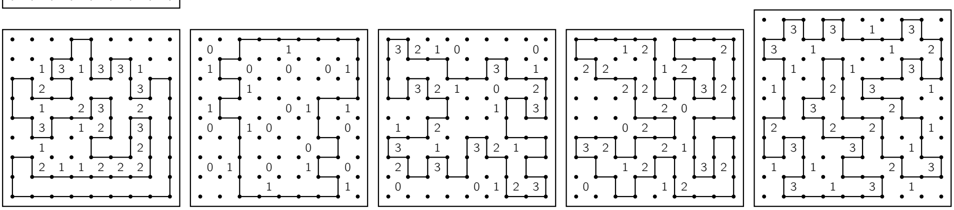
7	17	3
5	9	13
15	1	11

17	12	13
10	14	18
15	16	11

20	15	40
45	25	5
10	35	30

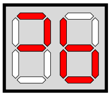
Seite 11:



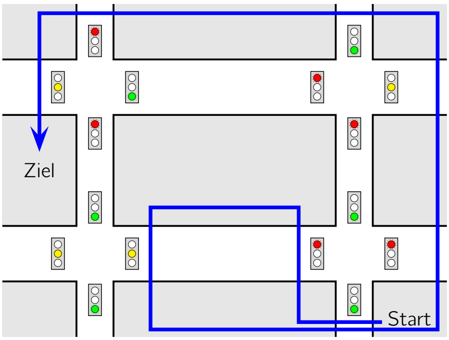


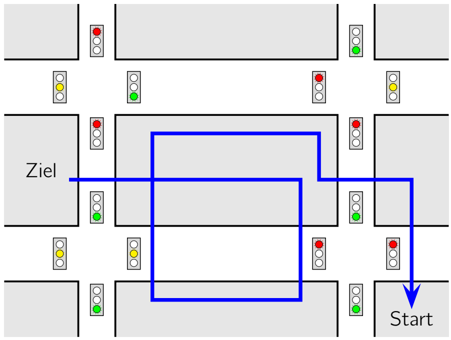
<u>*Seite 12*</u>: Die linke Ziffer ist bei jeder der vier Ansichten entweder die 2 oder die 3. Die rechte Ziffer in der dritten Ansicht ist entweder die 0, die 6 oder die 8. Wäre die rechte Ziffer in der dritten Ansicht die 8, so müsste die rechte Ziffer in der vierten Ansicht die 7 sein. Das ist nicht möglich, da der mittlere Querstrich leuchtet. Und wäre die rechte Ziffer in der dritten Ansicht die 6, so müsste die rechte Ziffer in der ersten Ansicht die 8 sein. Das ist ebenfalls nicht möglich, da die Lampe unten rechts nicht leuchtet, obwohl sie funktioniert. Also ist die rechte Ziffer in der dritten Ansicht die 0, und somit sind die Sekunden auf den vier Anzeigen 32, 31, 30 und 29. Lennart muss also noch 29 Sekunden warten.

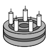
Eine Sekunde später zeigt die Anzeige 28. Im Vergleich zu der 29 leuchtet zusätzlich die linke untere Lampe der rechten Ziffer.



<u>*Seite 12*</u>: Anny muss die 1. Straße an einer grünen Ampel überqueren. Danach zeigen diejenigen Ampeln Grün, die am Anfang Rot waren. Anny muss also als 2. eine Straße an einer Ampel überqueren, die am Anfang Rot war. Die 3. Ampel, an der Anny eine Straße überquert, muss am Anfang Gelb gewesen sein, und so weiter. Einen möglichen Hin- und Rückweg zeigen die Beispiele:

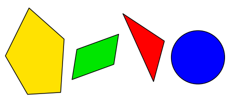


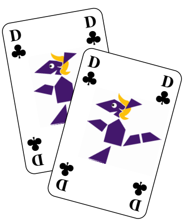


<u>*Seite 13*</u>:  Eins der Mädchen geht noch in den Kindergarten, das ist entweder Julika oder Matthea, die mit 5 Jahre die Jüngste ist. Da Julika älter als Edwin ist, muss Matthea 5 Jahre alt sein. Da $5 + 8 = 13$ und $5+15 = 20$ nicht durch 3 teilbar sind und $5+13 = 18$ durch 3 teilbar ist, muss Julika 13 Jahre alt sein. Folglich ist Edwin mit seinen 8 Jahren jünger als Julika und Henry ist 15 Jahre alt.

 Zuerst betrachten wir nur die Farben. Die rote Figur liegt zwischen der grünen und der blauen. Dafür gibt es zwei Möglichkeiten: grün–rot–blau oder blau–rot–grün. Da rechts von der gelben Figur etwas liegt, muss die gelbe Figur ganz links liegen. Und da sie nicht neben der blauen Figur liegt, ist die Reihenfolge: gelb–grün–rot–blau.

Nun kommen wir zu den Formen. Das Parallelogramm liegt rechts neben der gelben Figur und ist somit grün. Das Dreieck liegt weiter links als der Kreis und nicht am Rand, also ist es die 3. Figur von links und somit rot. Folglich liegt der Kreis ganz rechts und ist blau und das Fünfeck liegt ganz links und ist gelb.





Willy, Emil und Ottokar tragen nicht die grüne Mütze. Also hat Franz die grüne Mütze auf dem Kopf. Neben Franz sitzt zur einen Seite der Herr mit der blauen Mütze und zur anderen Seite Ottokar. Ottokar kann nicht die weiße Mütze tragen, da er ansonsten zwischen Emil und dem Herrn mit der schwarzen Mütze sitzen würde. Das geht aber nicht, da neben ihm Franz mit der grünen Mütze sitzt. Also sitzt der Herr mit der weißen Mütze gegenüber von Franz. Folglich hat Ottokar die schwarze Mütze auf und die blaue Mütze ist auf Emils Kopf. Und schließlich gehört die weiße Mütze Willy.

Seite 13: a) Damit insgesamt 0 Punkte erreicht werden, muss ein Mädchen 1. werden, die niemand auf Platz 1 getippt hat, also Cora oder Denise. Es muss ein Mädchen 2. werden, die keiner auf Platz 2 getippt hat, also Denise. Es muss ein Mädchen 3. werden, die keiner auf Platz 3 getippt hat, also Bahar. Und schließlich muss ein Mädchen 4. werden, die keiner auf Platz 4 getippt hat, also Antonia.
Bei dem Zieleinaluf Cora–Denise–Bahar–Antonia gibt es für alle 4 Tipps 0 Punkte.

b) Wenn es für einen Tipp mindestens 3 Punkte gibt, bedeutet das, dass 3 Positionen richtig getippt wurden. Dann wurde aber auch mit Sicherheit die 4. Position richtig getippt, es muss also 4 Punkte für den Tipp geben.

c) Wir betrachten 5 verschiedene Fälle für den Zieleinlauf.
1. Fall Bahar–Antonia–Denise–Cora (Tipp 1): Es werden $8 \cdot 4 + 10 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 59$ Punkte erreicht.
2. Fall Antonia–Bahar–Cora–Denise (Tipp 2): Es werden $8 \cdot 0 + 10 \cdot 4 + 7 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 67$ Punkte erreicht.
3. Fall Antonia–Cora–Denise–Bahar (Tipp 3): Es werden $8 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 7 \cdot 4 + 20 \cdot 1 = 66$ Punkte erreicht.
4. Fall Bahar–Cora–Antonia–Denise (Tipp 4): Es werden $8 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 20 \cdot 4 = 105$ Punkte erreicht.
5. Fall keiner der Tipps entspricht dem Zieleinlauf: Dann gibt es für jeden Tipp weniger als 4 Punkte, also wegen b) höchstens 2 Punkte. Es werden höchstens $8 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 20 \cdot 2 = 90$ Punkte erreicht.
Beim Zieleinlauf Bahar–Cora–Antonia–Denise werden also die meisten Punkte erreicht.

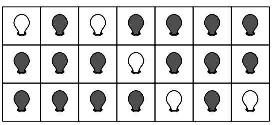
d) Da 67 eine ungerade Zahl ist und auf Tipp 1, Tipp 2 und Tipp 4 jeweils eine gerade Anzahl von Kindern gewettet haben, muss es für Tipp 3 (Antonia–Cora–Denise–Bahar) eine ungerade Anzahl von Punkten, also einen Punkt geben. Somit gibt es für die Kinder, die auf Tipp 1, Tipp 2 oder Tipp 4 gewettet haben, zusammen $67 - 7 \cdot 1 = 60$ Punkte, also eine durch 10 teilbare Zahl. Da von den Zahlen $8 \cdot 0 = 0$, $8 \cdot 1 = 8$, $8 \cdot 2 = 16$ und $8 \cdot 4 = 32$ nur 0 durch 10 teilbar ist, muss es für Tipp 1 null Punkte geben.
Dafür, dass beim Tipp Antonia–Cora–Denise–Bahar genau eine richtig getippt wurde und beim Zieleinlauf Bahar–Antonia–Denise–Cora keine, gibt es die folgenden 3 Möglichkeiten:
Antonia–Bahar–Cora–Denise: Es werden $8 \cdot 0 + 10 \cdot 4 + 7 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 67$ Punkte erreicht.
Denise–Cora–Bahar–Antonia: Es werden $8 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 27$ Punkte erreicht.
Cora–Denise–Antonia–Bahar: Es werden $8 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 27$ Punkte erreicht.
Die einzige Möglichkeit, dass insgesamt genau 67 Punkte erreicht werden, ist der Zieleinlauf Antonia–Bahar–Cora–Denise.

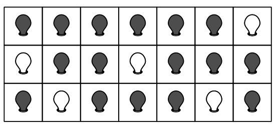
Seite 14: Drei von vielen möglichen Rechnungen sind
$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4 + 6 - 5 - 3 + 2 + 1 = 2017$, $61 \cdot 34 - 7 \cdot 8 - 2 \cdot 5 + 9 = 2017$ und $672 \cdot 3 + 9 - 8 + 5 - 4 - 1 = 2017$.

Seite 20: a) Der erste Summand links ist größer als der erste Summand rechts. Ebenso sind auch der zweite, dritte und vierte Summand links größer als der entsprechende Summand rechts. Und der fünfte Summand ist links und rechts der gleiche. Damit ist sicher die linke Summe größer als die rechte Summe.

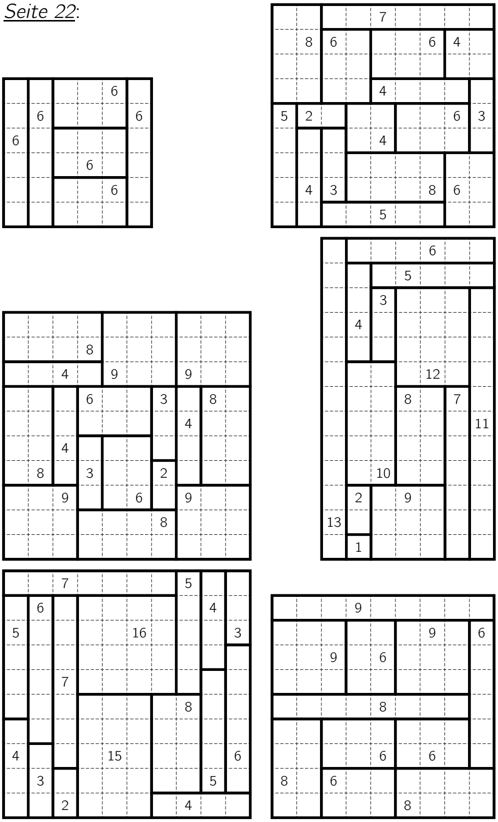
b) An den Zehntausender-Stellen stehen links einmal die 5 und rechts fünfmal die 1, also gibt es auf beiden Seiten insgesamt 5 Zehntausender. An den Tausender-Stellen stehen links zweimal die 4 und rechts viermal die 2, also gibt es auf beiden Seiten insgesamt 8 Tausender. An den Hunderter-Stellen stehen links und rechts dreimal die 3, also gibt es auf beiden Seiten insgesamt 9 Hunderter. An den Zehner-Stellen stehen links viermal die 2 und rechts zweimal die 4, also gibt es auf beiden Seiten insgesamt 8 Zehner. An den Einer-Stellen stehen links fünfmal die 1 und rechts einmal die 5, also gibt es auf beiden Seiten insgesamt 5 Einer. Somit sind die linke und die rechte Summe gleich.

Seite 21: Am schnellsten geht es z. B. mit dem Aufbau links: Alle Lampen leuchten nach nur 4 Minuten. Und am langsamsten geht es z. B. mit dem Aufbau rechts: Alle Lampen leuchten erst nach 13 Minuten.

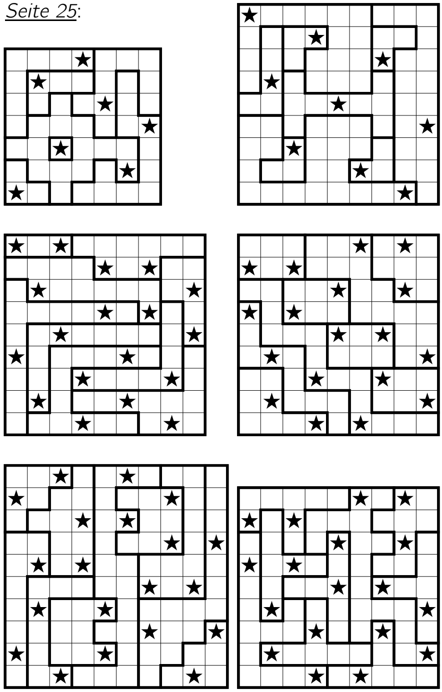




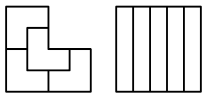
Seite 22:



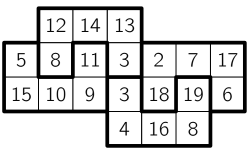
Seite 25:

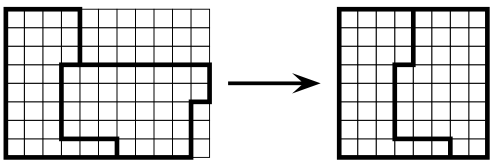


Seite 24: Die beiden Figuren lassen sich wie folgt in 4 bzw. 5 gleiche Teile zerlegen:



Die Anzahl der vorhandenen Teile Schokolade ehöht sich nach jedem Schritt um 1, egal welches Teil zerbrochen wird. Also gibt es nach einem Schritt 2 Teile, nach zwei Schritten 3 Teile, . . . , und nach dem 29. Schritt 30 Teile. Diese 30 Teile sind dann die 30 einzelnen Stückchen der Schokoladentafel, und es ist völlig egal, in welcher Reihenfolge und auf welche Weise die Schokoladentafel zerbrochen wird.





Seite 29: Da $AB+CC < 100+100 = 200$ gilt, muss $A = 1$ gelten. Also gilt $10+B+11 \cdot C = 100+10 \cdot B+C$ bzw. $10 \cdot C = 90 + 10 \cdot B$. Daraus folgt sofort $C = 9$ und $B = 0$.
Die vollständige Gleichung lautet $10 + 99 = 109$.