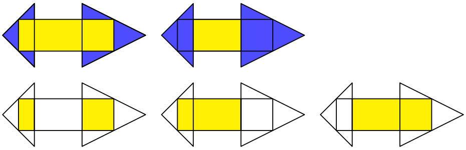
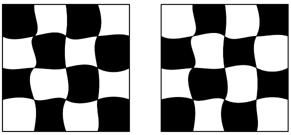
Lösungen der Knobeleien in „Mathe mit dem Känguru 2016“ für die Klassenstufen 3 bis 8

Seite 4: Es sind 8 Dreiecke (blau) und 6 Rechtecke (gelb) zu sehen:



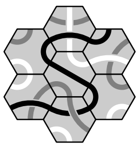
Seite 8: Wir drehen das 2. Quadrat eine knappe Vierteldrehung nach rechts und das 5. Quadrat etwas nach links, sodass sie gerade nebeneinander stehen. Nun erkennen wir, dass sie sich nur darin unterscheiden, dass ihre Felder entgegengesetzt gefärbt sind.



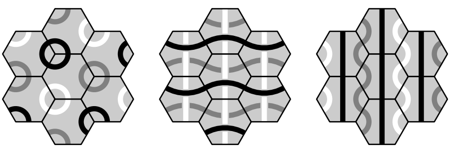
Seite 10: Der Höhenunterschied zwischen der mittleren und der oberen Ausichtsplattform beträgt $276\,\text{m} - 115\,\text{m} = 161\,\text{m}$. Desweiteren sind es von der mittleren zur oberen Ausichtsplattform $1665 - (345 + 359) = 1665 - 345 - 359 = 961$ Stufen. Hätten alle Stufen dieselbe Höhe, so wäre jede von ihnen $\frac{161\,\text{m}}{961} \approx 0{,}1675\,\text{m} = 16{,}75\,\text{cm}$ hoch.

Seite 10: Hugues Richard hat für das Erklimmen von 747 Stufen des Eiffelturms 19 Minuten und 8 Sekunden benötigt. Das sind umgerechnet $19 \cdot 60 + 8 = 1148$ Sekunden. Also hat er durchschnittlich $\frac{1148}{747} \approx 1{,}5$ Sekunden für eine Stufe benötigt.

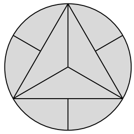
Seite 11: Die einzige Lösung ist:



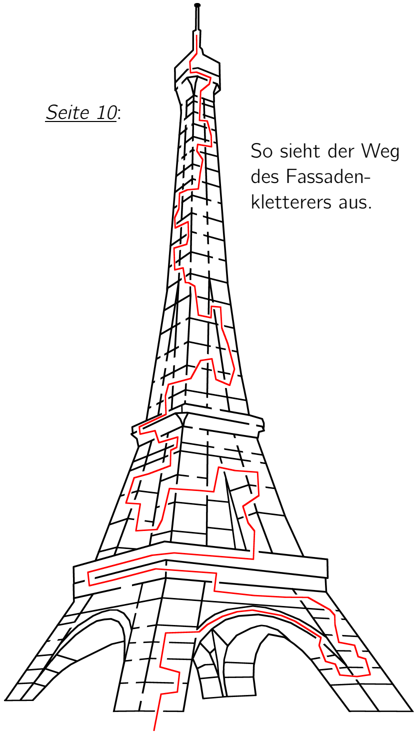
Bei (a), (b) und (c) lassen sich bis auf Drehung jeweils eine Tantrix-Blume legen. Bei (d) gibt es dagegen keine Tantrix-Blume.



Seite 7: So entsteht ein Kreis:

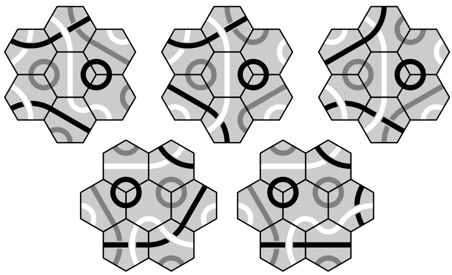


Seite 10:



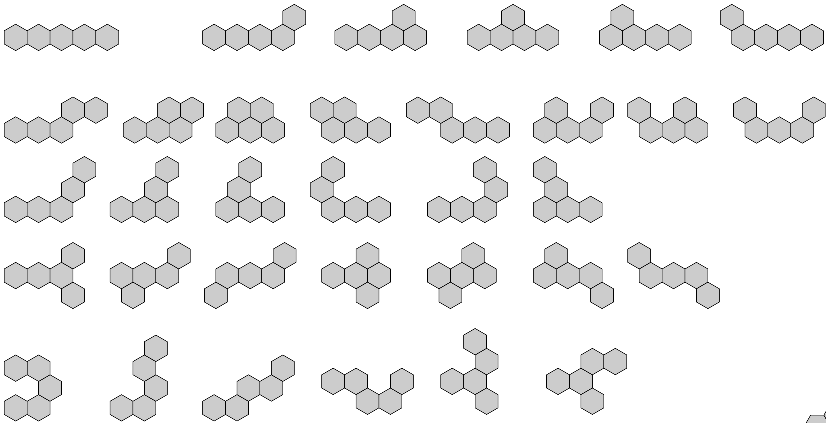
So sieht der Weg des Fassaden-kletterers aus.

Es gibt 5 solche Tantrix-Blumen. Eine Tantrix-Blume mit einem weißen Kringel gibt es nicht.

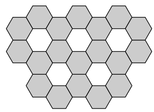


Seite 11 (Fortsetzung): Es lassen sich 33 verschiedene Figuren aus 5 Steinen legen.

Hier sind alle Figuren aus 5 Steinen systematisch aufgelistet:



Um eine Figur mit 5 Löchern zu legen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Dafür werden auch unterschiedlich viele Steine benötigt. Die kleinste Anzahl an Steinen wird für die Figur rechts benötigt. Es sind also mindestens 19 Steine nötig.

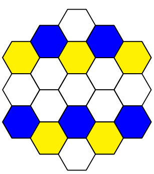


Die 14 Seiten der 7 Doppel-Tantrix-Spielsteine sind alle voneinander verschieden. Außerdem sehen sie anders aus, wenn sie gedreht sind (sie besitzen keine Drehsymmetrien).
Auf das Feld ganz links können wir jeden der 7 Steine legen. Die Seite, die oben liegt, ist ebenfalls beliebig. Und dann können wir ihn noch nach Belieben drehen. Insgesamt gibt es $7 \cdot 2 \cdot 6 = 84$ Möglichkeiten, einen Stein auf das 1. Feld zu legen. Für das 2. Feld können wir jeden der 6 verbliebenen Steine legen. Die Seite, die oben liegt, ist wieder beliebig. Damit er aber farblich an den Stein im 1. Feld passt, gibt es nur 2 Möglichkeiten. Insgesamt gibt es für jede Wahl des 1. Steins $6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ Möglichkeiten, einen Stein passend in das 2. Feld zu legen. Auf diese Weise finden wir heraus, dass es dann $5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$ Möglichkeiten für den 3. Stein, $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ Möglichkeiten für den 4. Stein, $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ Möglichkeiten für den 5. Stein, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Möglichkeiten für den 6. Stein und $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$ Möglichkeiten für den 7. Stein gibt.
Also lassen sich insgesamt $84 \cdot 24 \cdot 20 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 4 = 247.726.080$ verschiedene Reihen mit einem Set legen.

Je nachdem, welche Seite wir als Vorder- oder Rückseite der 7 Tantrix-Spielsteine wählen, gibt es zwischen 308 und 598 verschiedene Tantrix-Blumen, die wir daraus legen können. Insgesamt lassen sich 57.455 verschiedene Tantrix-Blumen mit einem Set legen.

Von den „Anti-Tantrix-Blumen" gibt es erwartungsgemäß viel mehr. Je nachdem, welche der Steine auf der Vorder- oder Rückseite liegen, gibt es zwischen 1.766.716 und 1.888.834 verschiedene „Anti-Tantrix-Blumen". Insgesamt lassen sich 232.758.932 verschiedene „Anti-Tantrix-Blumen" mit einem Set legen.

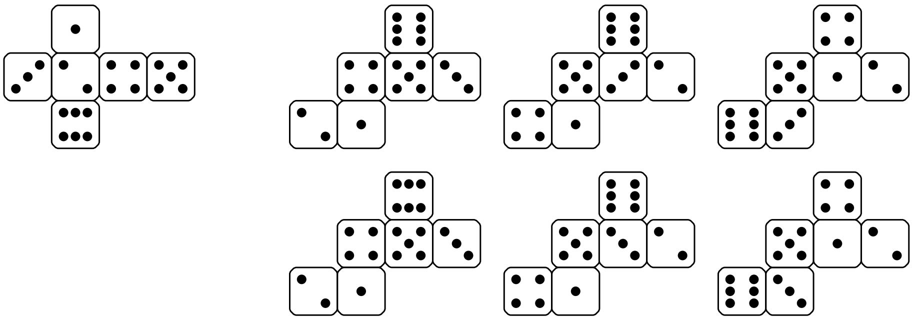
Seite 11: Bis auf Drehung, gibt es genau eine Möglichkeit, die Sechsecke wie gewünscht zu färben.

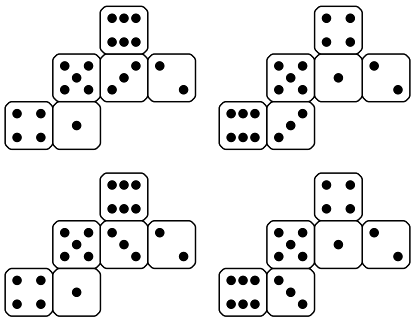


<u>*Seite 13*</u>: In der oberen Reihe ist der linke Würfel sicher kein Spielwürfel. Auf ihm sind die 2 und die 5 auf benachbarten Seiten, auf einem Spielwürfel wären sie aber wegen $2+5=7$ auf gegenüberliegenden Seiten. In der unteren Reihe sind der linke und der mittlere Würfel sicher keine Spielwürfel. Auf dem linken sind die 3 und die 4 benachbart und auf dem mittleren die 1 und die 6. Diese befinden sich aber bei einem Spielwürfel wegen $3+4=7$ und $1+6=7$ auf gegenüberliegenden Seiten.

Wir gehen die Würfel der Reihe nach durch und notieren, wie viele Punkte auf der Rückseite eines jeden Spielwürfels sind. In der ersten Reihe sind das $1, 4, 3, 6$, in der zweiten Reihe $4, 2, 6, 5$, in der dritten Reihe $1, 3, 3, 2$ und in der vierten Reihe $5, 2, 4, 1$. Das sind also in der ersten Reihe 14 Punkte, in der zweiten Reihe 17 Punkte, in der dritten Reihe 9 Punkte und in der vierten 12 Punkte.
Es sind insgesamt $14+17+9+12=52$ Punkte auf der Rückseite der Spielwürfelmauer zu sehen.

Das linke Netz lässt sich nur auf eine Weise vervollständigen. Beim rechten Netz gibt es 10 Möglichkeiten, wobei sich einige nur darin unterscheiden, wie die 3 bzw. die 6 gedreht ist.

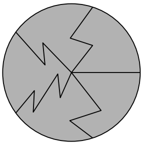




Das zweite und das dritte Bild zeigen mit Sicherheit verschiedene Spielwürfel: Wir stellen in Gedanken den dritten Würfel so, dass die 6 oben liegt. Dann drehen wir ihn so, dass die 2 und die 4 hinten liegen. Das müsste nun der Ansicht im zweiten Bild entsprechen. So liegt aber die 3 der 2 gegenüber (und die 5 der 4). Dann wäre es also kein Spielwürfel.
Ebenso stellen wir fest, dass das dritte und das vierte Bild verschiedene Spielwürfel zeigen: Drehen wir den vierten Würfel so, dass die 4 oben und die 2 links vorne zu sehen sind, so ist rechts vorne die 1 zu sehen – beim dritten Würfel ist aber die 6 zu sehen.
Folglich ist der dritte Würfel verschieden von den anderen 3 Würfeln.

<u>*Seite 13*</u>: Auf dem Würfel sind auf jeden Fall eine 1, eine 2, eine 3, eine 5 und eine 6. Wäre auf dem Würfel nur eine 3, so müssten das zweite und das dritte Bild zusammenpassen. Drehen wir in Gedanken den dritten Würfel so, dass die 3 oben ist, und zwar so, dass sie genauso liegt wie im zweiten Bild, dann ist entweder vorne links die 5 oder vorne rechts die 6 – auf dem zweiten Bild sind aber vorne links die 1 und vorne rechts die 2.
Also gibt es auf dem Würfel die 3 doppelt. Folglich ist die 2 auf dem ersten Bild dieselbe 2 wie auf dem zweiten Bild. Drehen wir den zweiten Würfel um, sodass die 2 immer noch vorne rechts zu sehen ist, so wissen wir, dass unten auf dem Würfel eine 3 zu sehen ist. Diese 3 liegt gegenüber der 6.

Seite 16: Ohne das mittlere Teil in der oberen Reihe lässt sich ein Kreis wie folgt legen:



Seite 19: Wir nennen den ersten Summanden S. Aus $2016 = S + 2S + 4S + 6S + 8S = 21S$ und $2016 : 21 = 96$ ergibt sich die gesuchte Zerlegung:
$96 + 192 + 384 + 576 + 768 = 2016$.

Seite 19: Aus $BB + BB = ABC$ folgt sofort $BB + B = A0C$. Damit die Summe $BB + B$ dreistellig ist, muss $B = 9$ sein. Dann ist $99 + 99 = 198 = ABC$, und daher sind $A = 1$ und $C = 8$.

Seite 22: Die Lösungen der Sechseck-Sudokus sind:

5	1	7	6	3	4	2	9	8
6	8	2	5	7	9	1	4	3
4	3	9	8	1	2	7	5	6
3	6	4	2	5	8	9	1	7
9	7	5	1	4	3	6	8	2
8	2	1	7	9	6	4	3	5
1	5	8	9	2	7	3	6	4
2	4	6	3	8	1	5	7	9
7	9	3	4	6	5	8	2	1

3	5	8	1	7	9	2	6	4
9	2	6	5	4	3	1	7	8
1	4	7	8	2	6	9	3	5
7	3	2	9	1	4	5	8	6
8	1	4	6	5	7	3	9	2
5	6	9	2	3	8	4	1	7
4	7	5	3	8	1	6	2	9
2	9	1	7	6	5	8	4	3
6	8	3	4	9	2	7	5	1

3	5	1	7	8	4	2	9	6
8	7	6	2	3	9	1	5	4
2	9	4	1	5	6	3	8	7
9	1	2	6	4	8	5	7	3
5	6	8	3	9	7	4	2	1
7	4	3	5	1	2	9	6	8
1	2	7	4	6	5	8	3	9
4	8	5	9	7	3	6	1	2
6	3	9	8	2	1	7	4	5

7	2	9	4	1	5	8	6	3
4	3	8	7	9	6	1	5	2
5	1	6	3	8	2	4	9	7
9	6	5	1	4	3	7	2	8
8	4	1	2	5	7	6	3	9
2	7	3	8	6	9	5	4	1
3	9	4	6	7	8	2	1	5
1	5	7	9	2	4	3	8	6
6	8	2	5	3	1	9	7	4

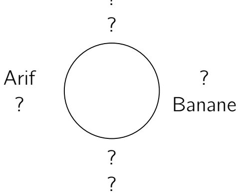
Seite 23: 1 Aus Aussage 1 folgt, dass Lisa mit dem Skateboard oder auf Inline-Skates zur Schule gekommen ist. Lisa ist also nicht mit dem Fahrrad gefahren. Max ist laut Aussage 3 ebenfalls nicht mit dem Fahrrad zur Schule gefahren. Daher muss entweder Tom oder Helene mit dem Fahrrad zur Schule gefahren sein. Hätte Tom das Fahrrad genommen, so hätte wegen Aussage 2 Helene auf einem Einrad zur Schule kommen müssen. Da keines der vier Kinder mit einem Einrad gefahren ist, ist nicht Tom sondern Helene mit dem Fahrrad zur Schule gefahren. Demzufolge ist Tom auf $2 \cdot 2 = 4$ Rädern, also auf dem Skatebord zur Schule gefahren. Dann muss Lisa mit den Inline-Skates und Max auf dem Roller unterwegs gewesen sein.

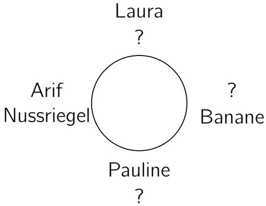
2 Wir schreiben nach und nach die Namen und die Nahrungsmittel an die richtige Stelle des runden Tisches.

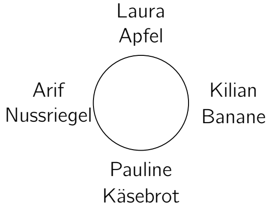
Wegen Aussage 1 schreiben wir als erstes Arif und die Banane an gegenüberliegende Seiten des Tisches.

Nach Aussage 2 müssen Pauline und Laura sich einander gegenüber sitzen, da sie einen gemeinsamen Nachbarn haben. Würde Laura unten sitzen, würde das Kind rechts eine Banane und einen Nussriegel essen. Demzufolge sitzt Laura oben und Pauline unten, und der Nussriegel wird links neben Pauline von Arif vernascht.

Das vierte Kind, Kilian, muss dann rechts sitzen. Und da Kilian rechts neben dem Kind sitzt, das ein Käsebrot verspeist, isst Pauline das Käsebrot. Folglich beißt Laura in den Apfel.





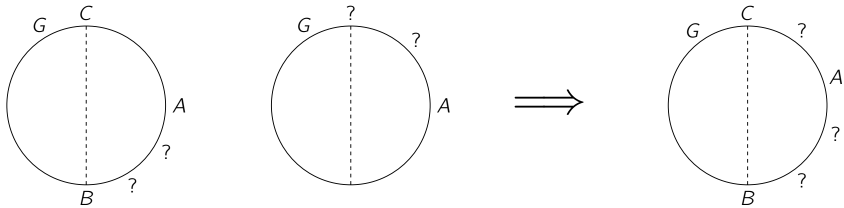


Seite 23 (Fortsetzung): 3 Stella hat entweder die erste und die dritte Frage richtig beantwortet und die zweite Frage falsch, oder sie hat die erste und die dritte Frage falsch beantwortet und die zweite Frage richtig.

Im ersten Fall würde ihre Mutter Volleyball spielen und ihr Vater Tennis. Da Johann weiß, dass ein Familienmitglied Fußball spielt, müsste Stellas große Schwester Fußball spielen. Dann wäre aber Stellas zweite Antwort ebenfalls richtig gewesen. Also muss der zweite Fall zutreffen. Stellas große Schwester spielt also Fußball. Da ihre Mutter nicht Volleyball spielt, spielt sie Tennis. Und Stellas Vater spielt folglich Volleyball.

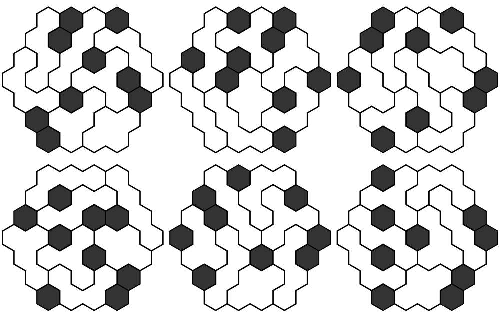
Seite 23: Wir bezeichnen die Personen, von denen in der Aufgabenstellung die Rese ist, mit Buchstaben, und zeichnen von der Sitzordnung auf, was wir aus der Aufgabenstellung ableiten können.

„Bei einem Festessen sitzen einige Gäste gleichmäßig um einen großen runden Tisch herum. Wenn die Person (*A*), die 3 Plätze rechts von der Person (*B*) sitzt, die gegenüber der Person (*C*) sitzt, die links neben dem Gastgeber (*G*) sitzt, dieselbe Person (also *A*) ist, die 3 Plätze links neben dem Gastgeber (*G*) sitzt, wie viele Personen sitzen dann an diesem Tisch?“

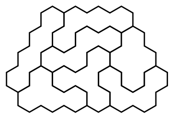


Da die Personen gleichmäßig um den Tisch sitzen, sitzen rechts und links von der gestrichelten Linie gleich viele Personen, insgesamt also 10 Personen.

Seite 24: Die Lösungen der Wabenfüllungen sind:

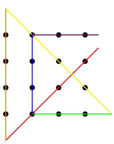


Seite 24:



Seite 28: Aus $AA + BB + CC = ABC$ folgt $AA + CB = A00$. Da die Summe von zwei zweistelligen Zahlen stets kleiner als 200 ist, ist $A = 1$. Daraus folgt $CB = 100 - 11 = 89$. Es muss also $B = 9$ und $C = 8$ gelten.

Seite 31: Hier ist eine Möglichkeit für einen solchen Streckenzug:



Seite 33: Das Kryptogramm hat die folgenden zwei Lösungen:

$$\begin{array}{r} 6764 \\ +\ 6862 \\ \hline 13626 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6864 \\ +\ 6762 \\ \hline 13626 \end{array}$$