

## Klassenstufen 11 bis 13

Donnerstag, 16. März 2023

Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner und andere elektronische Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

### 3-Punkte-Aufgaben

**A1**  $\frac{77^2}{55 \cdot 22} =$

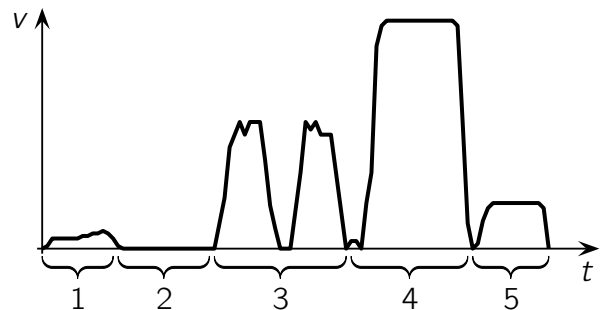
- (A)  $\frac{49}{10}$       (B)  $\frac{21}{2}$       (C)  $\frac{7}{52}$       (D)  $\frac{77}{16}$       (E)  $\frac{14}{5}$

**A2** Friederike würfelt mit fünf normalen Spielwürfeln, die auf ihren Seiten jeweils 1 bis 6 Augen haben. Wie viele Sechsen kann sie höchstens gewürfelt haben, wenn es insgesamt 19 Augen sind?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

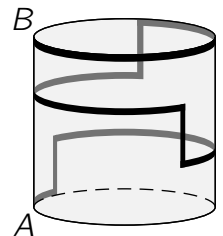
**A3** Neven zeichnet mit seinem Smartphone seinen Weg zur Schule auf und erhält das rechts abgebildete Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm. Nevens Weg ist in die Abschnitte 1 bis 5 unterteilt. Diese sind in den Antworten beschrieben. Was tut Neven in Abschnitt 5?

- (A) Neven fährt Bus.      (B) Neven rennt.  
 (C) Neven geht.      (D) Neven wartet.  
 (E) Neven fährt Zug.



**A4** Der rechts abgebildete Zylinder ist 15 cm hoch und der Umfang seiner Grundfläche beträgt 30 cm. Der abgebildete Weg von A nach B auf der Oberfläche des Zylinders verläuft immer senkrecht nach oben oder horizontal, also parallel zur Grundfläche. Wie lang ist dieser Weg?

- (A) 45 cm      (B) 55 cm      (C) 60 cm      (D) 65 cm      (E) 75 cm

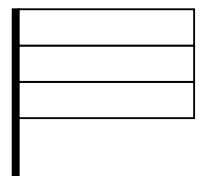


**A5** Wie viele Paare  $(x, y)$  natürlicher Zahlen erfüllen die Gleichung  $2x + 3y = 23$ ?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**A6** Liane möchte die drei Streifen der Fahne ausmalen. Sie hat Stifte in drei verschiedenen Farben. Jeder Streifen soll mit einer einzigen Farbe ausgemalt werden. Benachbarte Streifen sollen verschiedene Farben haben. Wie viele Möglichkeiten hat Liane dafür?

- (A) 8      (B) 10      (C) 12      (D) 16      (E) 18

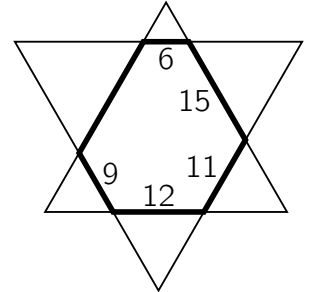


**A7** Josephine hat im Lotto den Jackpot in Höhe von 17,1 Millionen Euro gewonnen. Sie hat den Jackpot nicht alleine geknackt. Das Geld wird gleichmäßig auf alle Gewinner aufgeteilt. Welcher Betrag könnte exakt Josephines Anteil sein?

- (A) 1,1 Millionen Euro      (B) 1,3 Millionen Euro      (C) 1,5 Millionen Euro  
(D) 1,7 Millionen Euro      (E) 1,9 Millionen Euro

**A8** Die beiden großen, übereinanderliegenden Dreiecke im Bild rechts sind gleichseitig. Gegenüberliegende Seiten des Sechsecks in der Mitte sind jeweils parallel zueinander. Von fünf Sechseckseiten sind die Längen in cm angegeben. Wie lang ist die sechste Sechseckseite?

- (A) 16 cm      (B) 17 cm      (C) 18 cm      (D) 19 cm      (E) 20 cm



**A9** Welche Ziffer steht an der Einerstelle des Produkts  $(5^5 + 1) \cdot (5^6 + 1) \cdot (5^7 + 1)$ ?

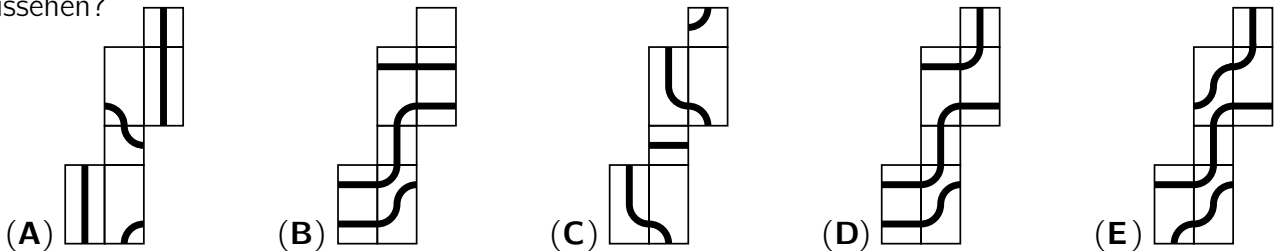
- (A) 0      (B) 2      (C) 4      (D) 6      (E) 8

**A10** Für eine positive ganze Zahl  $n$  ist  $n!$  („ $n$  Fakultät“) definiert als das Produkt der Zahlen von 1 bis  $n$ . Zum Beispiel ist  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ . Für welche positive ganze Zahl  $N$  gilt  $N! = 6! \cdot 7!$ ?

- (A) 9      (B) 10      (C) 11      (D) 12      (E) 14

#### 4-Punkte-Aufgaben

**B1** Leonard hat auf einen Quader eine geschlossene Linie gemalt. Wie könnte das Netz dieses Quaders aussehen?

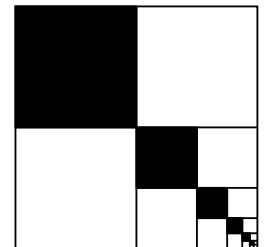


**B2** Medhi hat im Tierpark viele Fotos gemacht. Die 22 Fotos von den Kängurus und den Bibern hat er ausgedruckt und in eine Reihe gelegt. Neben jedem Foto liegt mindestens ein Foto von einem Känguru. Was ist die größtmögliche Anzahl an Biber-Fotos, die Medhi gemacht haben kann?

- (A) 7      (B) 8      (C) 10      (D) 12      (E) 14

**B3** Ein Quadrat mit  $84 \text{ cm}^2$  Flächeninhalt wird in vier Quadrate unterteilt und das Quadrat links oben wird schwarz gefärbt. Dann wird das Quadrat rechts unten in vier Quadrate unterteilt und von diesen das linke obere schwarz gefärbt. Dieser Ablauf wird immer wieder wiederholt. Wie groß wäre der Flächeninhalt der schwarzen Fläche, wenn das unendlich oft wiederholt werden würde?

- (A)  $28 \text{ cm}^2$       (B)  $31 \text{ cm}^2$       (C)  $32 \text{ cm}^2$       (D)  $34 \text{ cm}^2$       (E)  $37 \text{ cm}^2$

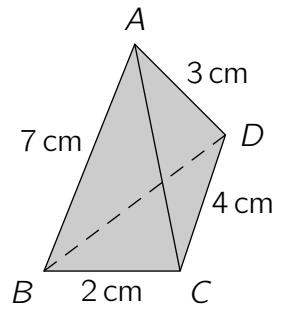


**B4** Lucy trainiert mit ihren beiden Schwestern Liegestütze. Zusammen haben sie 95 Liegestütze geschafft. Lucys große Schwester hat 50% mehr geschafft als Lucys kleine Schwester. Und Lucy hat 50% mehr geschafft als ihre große Schwester. Wie viele Liegestütze hat Lucy geschafft?

- (A) 36      (B) 39      (C) 42      (D) 45      (E) 48

**B5** Die sechs Kanten der dreiseitigen Pyramide im Bild haben in cm eine ganzzahlige Länge. Vier der Längen sind angegeben. Wie lang ist die Kante  $\overline{AC}$ ?

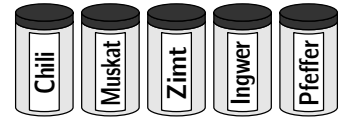
- (A) 3 cm      (B) 4 cm      (C) 5 cm      (D) 6 cm      (E) 7 cm



**B6** Die fünf reellen Zahlen  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  haben die Summe  $S$ . Es gilt  $a_k = k + S$  für  $k = 1, 2, 3, 4, 5$ . Welchen Wert hat  $S$ ?

- (A)  $-\frac{15}{4}$       (B)  $\frac{14}{5}$       (C)  $-\frac{13}{6}$       (D)  $\frac{11}{2}$       (E)  $-\frac{10}{3}$

**B7** Vor dem Kochen stehen Pascals Gewürze wie abgebildet im Regal. Pascal kocht ein Chili sin Carne und stellt danach alle Gewürze wahllos wieder zurück. Am Ende steht ein Gewürz 4 Positionen weiter links und ein anderes 3 Positionen weiter rechts als zu Beginn. Auch am Ende steht der Zimt weiter links als der Ingwer. Nur ein Gewürz steht wieder genau dort, wo es zu Beginn stand. Welches?

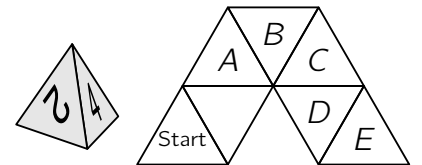


- (A) Chili      (B) Muskat      (C) Zimt      (D) Ingwer      (E) Pfeffer

**B8** Welche der folgenden Zahlen hat denselben Wert wie die Zahl  $2^{(2^{20})}$ ?

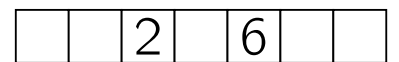
- (A)  $(2^{18})^{(2^{18})}$       (B)  $(2^{16})^{(2^{16})}$       (C)  $(2^{12})^{(2^{12})}$       (D)  $(2^{10})^{(2^{10})}$       (E)  $(2^8)^{(2^8)}$

**B9** Ein Tetraeder ist mit den Zahlen von 1 bis 4 beschriftet. Es wird mit der 1 auf das Feld Start gelegt, das rechts abgebildet ist. Dann wird es von Feld zu Feld bewegt, indem es jeweils über eine Kante gekippt wird. Auf welchem Feld liegt das Tetraeder zum ersten Mal wieder mit der 1?



- (A) A      (B) B      (C) C      (D) D      (E) E

**B10** In die sieben Felder sollen die Zahlen von 1 bis 7 so eingetragen werden, dass die Summe der Zahlen in drei benachbarten Feldern überall ein Vielfaches von 3 ist. Die 2 und die 6 wurden schon eingetragen. Wie viele Möglichkeiten gibt es nun, die anderen fünf Zahlen einzutragen?



- (A) 4      (B) 6      (C) 8      (D) 9      (E) 12

**5-Punkte-Aufgaben**

**C1** Die Zahlen von 1 bis 999 werden aufsteigend in Form einer Spirale angeordnet (s. Abb.). Wie sind die Zahlen 225, 226 und 227 darin angeordnet?

:	10	11	12	13
24	9	2	3	14
23	8	1	4	15
22	7	6	5	16
21	20	19	18	17

- (A) 

226	227
225	

      (B) 

227
226
225

      (C) 

227	
226	225

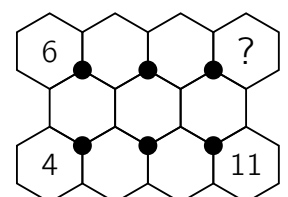
      (D) 

225
226
227

      (E) 

225	226	227
-----	-----	-----

**C2** In die Sechsecke sollen die Zahlen von 1 bis 11 geschrieben werden. Dabei soll die Summe der drei Zahlen in den Sechsecken um einen schwarzen Punkt bei allen sechs Punkten die gleiche sein. Drei Zahlen wurden schon eingetragen. Welche Zahl muss in das Sechseck mit dem Fragezeichen geschrieben werden?



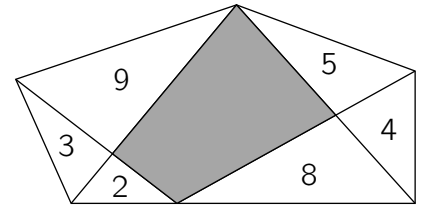
- (A) 1      (B) 3      (C) 5      (D) 7      (E) 9

- C3** Durch den Punkt  $S(x_0 | y_0)$  verlaufen die Graphen aller Funktionen  $f_a$  mit  $f_a(x) = x^3 + 4x^2 + ax + 3a + 4$ , egal welcher Wert für den Parameter  $a$  eingesetzt wird. Welchen Wert hat  $y_0$ ?

(A) 4      (B) 7      (C) 9      (D) 11      (E) 13

- C4** Das große Fünfeck im Bild wurde in sieben Teile zerlegt. Die Zahlen in den Dreiecken geben jeweils deren Flächeninhalt in  $\text{cm}^2$  an. Welchen Flächeninhalt hat das graue Viereck?

(A)  $15 \text{ cm}^2$    (B)  $16 \text{ cm}^2$    (C)  $17 \text{ cm}^2$    (D)  $18 \text{ cm}^2$    (E)  $19 \text{ cm}^2$



- C5** Larissa hat ein kleines Programm geschrieben. Man kann eine Zahl in ein Feld schreiben und dann beliebig oft auf einen Knopf klicken. Bei jedem Klick wird zu der Zahl im Feld ihr Nach-Komma-Anteil addiert. Zum Beispiel wird  $1,4365$  durch einen Klick zu  $1,4365 + 0,4365 = 1,873$  und durch einen weiteren Klick zu  $1,873 + 0,873 = 2,746$ . Oliver probiert es aus. Er schreibt eine Zahl in das Feld und klickt 3 Mal auf den Knopf. Im Feld steht jetzt die Zahl 10. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Zahl, die Oliver in das Feld geschrieben haben kann?

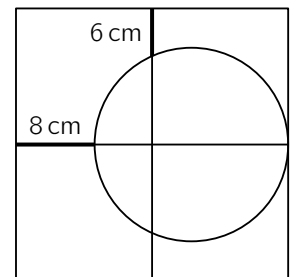
(A) 3      (B) 6      (C) 8      (D) 12      (E) 16

- C6** Bei einem Boulder-Wettbewerb treten 13 Kletterinnen in drei Kategorien gegeneinander an. Die Endpunktzahl einer jeden Teilnehmerin ist das Produkt ihrer Platzierungen in den drei Kategorien. Belegt eine Kletterin zum Beispiel den 4., 3. und 6. Platz, beträgt ihre Endpunktzahl  $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$ . Je kleiner die Endpunktzahl ist, desto besser ist die Endplatzierung. Hannah belegt in zwei der Kategorien den 1. Platz. Was ist die schlechteste Endplatzierung, die Hannah haben kann, wenn in keiner der drei Kategorien zwei Kletterinnen gleich platziert sind?

(A) 2. Platz      (B) 3. Platz      (C) 4. Platz      (D) 5. Platz      (E) 6. Platz

- C7** Ein großes Quadrat ist in vier kleinere Quadrate zerteilt. Ein Kreis im Inneren des Quadrats berührt den Mittelpunkt der rechten Seite des großen Quadrats. Welche Seitenlänge hat das große Quadrat? (*Abb. nicht maßstabsgerecht*)

(A) 18 cm      (B) 20 cm      (C) 24 cm      (D) 28 cm      (E) 30 cm



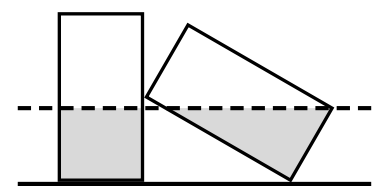
- C8** Die zwei Funktionen  $f$  und  $g$  erfüllen für alle reellen Zahlen  $x$  die Gleichungen  $f(x) + 2g(1-x) = x^2$  und  $f(1-x) - g(x) = x^2$ . Dann ist  $f(x) =$

(A)  $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$    (B)  $3x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{3}$    (C)  $2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$    (D)  $-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$    (E)  $-\frac{4}{3}x - \frac{3}{2}$

- C9** Die 12-stellige Zahl  $ABB CDD CDD ABB$  ist das Produkt von 6 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen. Die Ziffern  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind aufeinanderfolgend, aber nicht unbedingt in dieser Reihenfolge. Welche Ziffer ist  $D$ ?

(A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

- C10** Zwei identische zylinderförmige Gläser enthalten dieselbe Menge Wasser. Der Flächeninhalt der Grundfläche der Gläser ist jeweils  $12\pi \text{ cm}^2$ . Das rechte Glas wird so weit gekippt, dass der Boden gerade noch vollständig mit Wasser bedeckt ist (s. *Abb.*). Das Wasser steht in beiden Gläsern gleich hoch. Wie viel Wasser befindet sich in einem Glas?



(A)  $54\pi \text{ cm}^3$       (B)  $60\pi \text{ cm}^3$       (C)  $72\pi \text{ cm}^3$       (D)  $81\pi \text{ cm}^3$       (E)  $96\pi \text{ cm}^3$