

Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 20. März 2003

Arbeitszeit: 75 Minuten

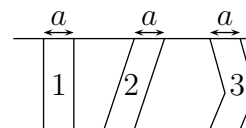
1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden $3/4$, $4/4$ oder $5/4$ Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

1. Welche der folgenden Zahlen ist für jede beliebig gewählte natürliche Zahl n ungeradzahlig?

- (A) $2003 \cdot n$ (B) $n^2 + 2003$ (C) n^3 (D) $n + 2004$ (E) $2n^2 + 2003$

2. Die jeweils von zwei parallelen Geraden begrenzten Streifen 1, 2 und 3 haben alle die Breite a . Welcher Streifen hat den größten Flächeninhalt?



- (A) das hängt von a ab (B) Streifen 1 (C) Streifen 2
 (D) Streifen 3 (E) keiner, die Flächeninhalte sind gleich

3. Auf das kreisrunde Beet im Park pflanzen die Gärtner im Frühjahr 360 Primeln. Für das ebenfalls kreisrunde Beet vor unserem Haus soll ich so viele Primeln kaufen, dass sie etwa ebenso dicht stehen, wie die Primeln im Park, also etwa gleich viele pro m^2 . Mit dem Bandmaß messe ich den Umfang unseres Beetes – etwa 5,30 m – und des Beetes im Park – knapp 16 m – und beschließe den Kauf von

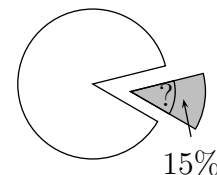
- (A) 100 Primeln (B) 180 Primeln (C) 40 Primeln (D) 120 Primeln (E) 80 Primeln

4. Für $x = 0,1$ hat der Term $\frac{1-x^4}{1-x^2}$ den Wert

- (A) 0,1 (B) 1,001 (C) 1,01 (D) 1,1 (E) 11

5. Der Flächeninhalt des grau gefärbten Kreissektors beträgt 15 % der Kreisfläche. Wie groß ist der zugehörige Winkel?

- (A) 32° (B) 45° (C) 54° (D) $22,5^\circ$ (E) 15°



6. In den sechswöchigen Sommerferien fahren die drei Kinder der Familie Fröhlich jedes für vier Wochen zu den Großeltern. Felix fährt gleich zu Beginn der Ferien los, Franziska folgt eine Woche später und Florian schließlich startet am Beginn der dritten Ferienwoche. Wie groß ist der Anteil der Sommerferien, in dem die Eltern allein sind?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$ (E) $\frac{7}{11}$

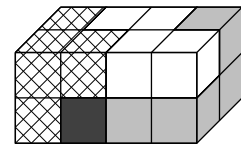
7. In einem Dreieck ABC ist der Winkel bei A dreimal so groß und der Winkel bei C doppelt so groß wie der Winkel bei B . Dann ist das Dreieck

- (A) gleichseitig (B) gleichschenkelig (C) stumpfwinklig
(D) rechtwinklig (E) spitzwinklig

8. Es sei $A = 111\dots1111$ die Zahl, die aus 2003 Einsen besteht. Die Quersumme der Zahl $A \cdot 2003$ – also die Summe der Ziffern dieser Zahl – ist dann gleich

- (A) 10 000 (B) 10 015 (C) 10 020 (D) 10 035 (E) $2003 \cdot 2003$

9. Aus 4 Bausteinen, von denen jeder aus 4 kleinen Würfeln besteht, wurde ein Quader gebaut (s. Bild). Von den Bausteinen sind drei vollständig zu sehen. Welches ist der vierte?



- (A) (B) (C) (D) (E)

10. In der Additionsaufgabe stehen die Buchstaben X, Y und Z für drei voneinander verschiedene Ziffern, die ungleich 0 sind. Dann ist X gleich

- (A) 1 (B) 2 (C) 7 (D) 8 (E) 9

$$\begin{array}{r} XX \\ + YY \\ + ZZ \\ \hline ZYX \end{array}$$

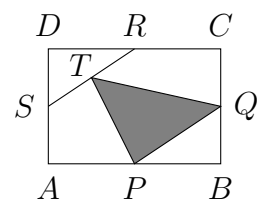
4-Punkte-Aufgaben

11. Zwei alte Freunde trinken Wein aus einem großen Weinballon. „Du“, sagt der eine, „der Ballon ist nur noch zu 30% gefüllt.“ „Ja“, erwidert der andere schlaue, „das sind genau 30 l weniger als noch vor 30 Tagen, wo er zu 30% leer war.“ Der Weinballon fasst

- (A) 60 l (B) 75 l (C) 77,5 l (D) 82 l (E) 91 l

12. In dem Rechteck $ABCD$ seien P , Q , R und S die Mittelpunkte der Seiten und T Mittelpunkt von \overline{RS} . Dann ist der Anteil der Dreiecksfläche A_{PQT} an der Rechtecksfläche

- (A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{3}{8}$



13. Ein Känguru hüpft zur Weide und zurück in insgesamt 15 Minuten. Auf dem Hinweg hat es eine Geschwindigkeit von 5 m/s, auf dem Rückweg 4 m/s. Wie weit ist die Weide vom Ausgangsort entfernt?

- (A) 4,05 km (B) 8,1 km (C) 0,9 km (D) 2,0 km (E) 2,25 km

14. Wenn eine der Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks um 20 % gekürzt, die andere Kathete um 20 % verlängert wird, was geschieht mit dem Flächeninhalt des Dreiecks?

- (A) er wächst um 5 % (B) er wächst um 4 % (C) er bleibt unverändert
(D) er nimmt um 4 % ab (E) das hängt von den Seitenlängen ab

15. Bildet man die Summe aus 2003 und all jenen vierstelligen Zahlen, die aus 2003 durch Vertauschen der Ziffern hervorgehen, so erhält man

- (A) 5 005 (B) 5 555 (C) 16 665 (D) 1 110 (E) 15 555

16. Exakte meteorologische Beobachtungen belegen für die tägliche Temperaturentwicklung in einer Wüste ein lineares Wachstum zwischen 4 Uhr und 12 Uhr. Wenn um 4 Uhr eine Temperatur von -12°C und um 12 Uhr von 44°C gemessen wurde, wie hoch war dann die Temperatur um 6 Uhr?

- (A) 32°C (B) 28°C (C) 14°C (D) 2°C (E) -2°C

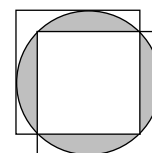
17. Hagen und Gunda untersuchen die Eigenschaften von Zahlen. Hagen sucht die größte durch 8 teilbare 3-stellige Zahl, in deren Ziffernfolge die 8 genau einmal vorkommt, Gunda die kleinste mit derselben Eigenschaft. Als sie die Differenz bilden, erhalten sie

- (A) 900 (B) 840 (C) 856 (D) 864 (E) 904

18. $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2003}\right) =$

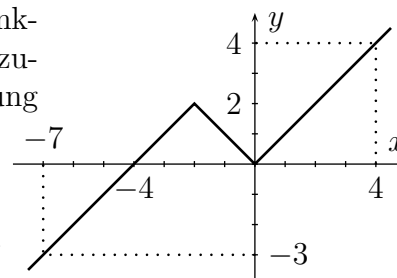
- (A) 1002 (B) 1001 (C) 2004 (D) 2003 (E) 2002

19. Zwei gleichgroße Quadrate überdecken – wie in der Abb. ersichtlich – einen Kreis. Wenn der Kreisradius 3 cm beträgt, welchen Flächeninhalt hat dann die grau gefärbte Fläche?



- (A) $8(\pi - 1)\text{ cm}^2$ (B) $6(2\pi - 1)\text{ cm}^2$ (C) $(9\pi - 25)\text{ cm}^2$ (D) $9(\pi - 2)\text{ cm}^2$ (E) $\frac{6\pi}{5}\text{ cm}^2$

20. Der Graph der für alle reellen Zahlen definierten Funktion f setzt sich aus 2 Halbgeraden und einer Strecke zusammen (s. Abb.). Dann ist die Lösungsmenge der Gleichung $f(f(f(x))) = 0$



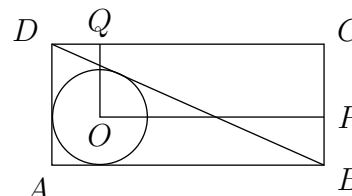
- (A) $\{-4; 0\}$ (B) $\{-8; -4; 0\}$ (C) \emptyset
 (D) $\{-12; -8; -4; 0\}$ (E) $\{-16; -12; -8; -4; 0\}$

5-Punkte-Aufgaben

21. $|\sqrt{5} - 3| + |\sqrt{5} + 3| =$

- (A) $5 + \sqrt{3}$ (B) $3 - \sqrt{5}$ (C) 6 (D) $2\sqrt{5}$ (E) 0

22. Das Rechteck $ABCD$ hat einen Flächeninhalt von 36 cm^2 . Der Kreis mit dem Mittelpunkt O möge die Diagonale BD sowie die Seiten AB und AD berühren. Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks $QOPC$?



- (A) 24 cm^2 (B) $6\pi\text{ cm}^2$ (C) 18 cm^2
 (D) $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$ (E) das hängt vom Verhältnis der Seiten AB und AD ab

23. Welches ist die größte Anzahl aufeinander folgender ganzer Zahlen, von denen keine eine Quersumme hat, die durch 5 teilbar ist?

(Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.)

- (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 6 (E) 4

24. In der Mathearbeit haben Marie, Jan, Sören und Dörte 12 oder 13 Punkte.

Marie sagt: Jan, Sören und Dörte haben 12 Punkte.

Jan sagt: Marie, Dörte und Sören haben 13 Punkte.

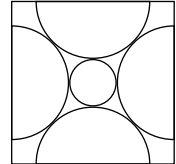
Sören sagt: Marie und Jan haben beide nicht die Wahrheit gesagt.

Dörte sagt: Marie, Jan und Sören haben die Wahrheit gesagt.

Wie viele haben die Wahrheit gesagt?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) alle

25. In der nebenstehenden Zeichnung sind vier Halbkreise mit dem Radius 1 dargestellt, deren Mittelpunkte mit den Mittelpunkten der Seiten eines Quadrates zusammenfallen und von denen jeder seine beiden Nachbarn berührt. Welchen Radius hat der kleine, die vier Halbkreise berührende Kreis?



- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\frac{1}{2}\pi - 1$ (C) $\sqrt{3} - 1$ (D) $\sqrt{5} - 2\pi$ (E) $\sqrt{7} - 2$

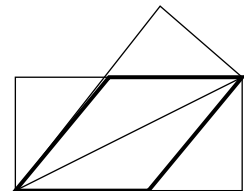
26. Karl übt mit seiner Schwester Anna Rechnen. Er gibt als erste Zahl 1, als zweite Zahl 2 vor. Anna soll die erste durch die zweite Zahl teilen, das Ergebnis, $1/2$, ist die dritte Zahl. Dann ist Karl wieder dran und muss die zweite durch die dritte Zahl teilen, $2 : 1/2 = 4$, und Anna als vierte Zahl mitteilen, die dann für die fünfte Zahl die dritte durch die vierte zu teilen hat usw. Karl ist mit der zehnten Zahl dran. Welche ist es?

- (A) 2^{-10} (B) 256 (C) 2^{-13} (D) 1024 (E) 2^{34}

27. Meine Schwester schreibt mir, dass sie jetzt 50 Bücher mit mathematischem oder physikalischem Inhalt besitzt. Sie habe die Bücher so aufs Regal gestellt, dass keine Physikbücher nebeneinander stehen und jedes Mathebuch einen Mathebuch-Nachbarn hat. Nun fragt sie mich, welche der folgenden Aussagen falsch sein *kann*.

- (A) Es sind höchstens 17 Physikbücher.
 (B) Es gibt 3 Mathebücher, die nebeneinander stehen.
 (C) Wenn es 17 Physikbücher sind, steht eines links außen und eines rechts außen.
 (D) Von 9 nebeneinander stehenden Büchern sind mindestens 6 Mathebücher.
 (E) Es sind mindestens 32 Mathebücher.

28. Ein rechteckiges, 6 cm breites und 12 cm langes Stück Papier wird entlang der Diagonale gefaltet. Nun wird alles, was nicht doppelt liegt, abgeschnitten. Es bleibt ein Rhombus (Raute) übrig. Wie lang ist eine Rhombusseite?



- (A) 8,1 cm (B) $7,5 \cdot \sqrt{5}$ cm (C) 7,35 cm (D) $7,85 \cdot \sqrt{2}$ cm (E) 7,5 cm

29. Teile ich die Zahl 2003 durch 180, so erhalte ich den Rest 23, denn $2003 = 11 \cdot 180 + 23$. Wie viele Zahlen n gibt es, für die 2003 bei Division durch n den Rest 23 lässt?

- (A) 22 (B) 18 (C) 36 (D) 11 (E) 87

30. Wie viele verschiedene Paare reeller Zahlen gibt es, die Lösung der Gleichung $(x + y)^2 = (x + 3)(y - 3)$ sind?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) mehr als 3