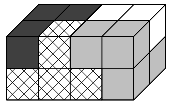
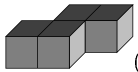
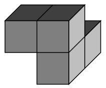
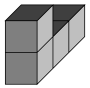
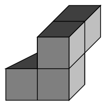
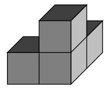
7. Ein Quader ist aus 4 Bausteinen, von denen jeder aus 4 Würfeln besteht, gebaut worden (s. Abb.). Welcher der Bausteine ist der weiße?

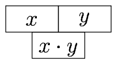


(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

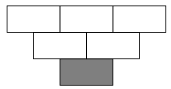
8. Die Menge aller Parameter m, für die die Kurven $x^2+y^2=1$ und $y=x^2+m$ genau einen gemeinsamen Punkt haben, ist

(A) $\left\{-\frac{5}{4};-1;1\right\}$ **(B)** $\left\{-\frac{5}{4};1\right\}$ **(C)** $\{-1;1\}$ **(D)** $\left\{-\frac{5}{4}\right\}$ **(E)** $\{1\}$

9. In dem abgebildeten Schema ist wie im Muster beim Ausfüllen der Felder zu verfahren. Dabei wird vorausgesetzt, dass in der obersten Zeile natürliche Zahlen, die größer als 1 sind, stehen. Welche von den Zahlen **(A)** bis **(E)** kann nicht im grau gefärbten Feld stehen?

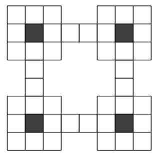


Muster



(A) 154 **(B)** 100 **(C)** 90 **(D)** 88 **(E)** 60

10. Wie viele Möglichkeiten gibt es, alle weißen Felder in der abgebildeten Figur mit 1×2-Steinchen vollständig zu bedecken?



(A) 8 **(B)** 16 **(C)** 32 **(D)** 64 **(E)** 65

4-Punkte-Aufgaben

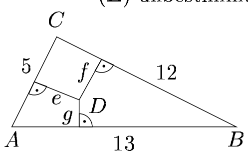
11. Ein Computer druckt eine Liste der siebenten Potenzen aufeinander folgender natürlicher Zahlen, beginnend mit $1^7, 2^7, 3^7, \ldots$ Wie viele Elemente dieser Folge sind größer als 5^{21} und kleiner als 2^{49}?

(A) 13 **(B)** 8 **(C)** 5 **(D)** 3 **(E)** 2

12. Björn hat 9 Buntstifte, davon ist *mindestens einer* blau. Nimmt man irgendwelche 4 dieser Buntstifte wahllos aus der Federtasche heraus, sind *stets mindestens 2* von gleicher Farbe. Nimmt man irgendwelche 5 dieser Buntstifte wahllos heraus, so sind *stets höchstens 3* von gleicher Farbe. Wie viele blaue Stifte hat Björn?

(A) 6 **(B)** 3 **(C)** 1 **(D)** 4 **(E)** unbestimmt

13. Das Dreieck ABC mit den Seitenlängen 5, 12 und 13 hat den Flächeninhalt 30. Der Punkt D wird beliebig im Innern des Dreiecks gewählt; mit e, f und g seien die Abstände von D zu den Dreiecksseiten bezeichnet. Dann ist $5e+12f+13g=$



(A) 120 **(B)** 90 **(C)** 60
(D) 30 **(E)** das hängt von der Lage von D ab

14. $\sqrt{1+2000\sqrt{1+2001\sqrt{1+2002\sqrt{1+2003\cdot 2005}}}}=$

(A) 2000 **(B)** 2001 **(C)** 2002 **(D)** 2003 **(E)** 2004

15. Zwei weiße und acht graue Möwen fliegen gemeinsam. Plötzlich lassen sich alle in einer Reihe nebeneinander auf einer Mauer nieder. Es ist bekannt, dass es $1\cdot 2\cdot 3\cdots 10 = 3\,628\,800$ Möglichkeiten für die Reihenfolge gibt, in der die Möwen sich hinsetzen. Wenn man die Zahl der Möglichkeiten, in denen die beiden weißen Möwen nebeneinander sitzen, durch die Zahl *aller* Möglichkeiten, wie sich die Möwen niederlassen können, teilt, erhält man

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{1}{6}$ **(C)** $\frac{1}{7}$ **(D)** $\frac{1}{8}$ **(E)** $\frac{1}{9}$

16. Die Zahlen 12, 13 und 15 sind – in irgendeiner Reihenfolge – Maßzahlen zweier Seiten und der Höhe über der dritten Seite eines spitzwinkligen Dreiecks. Dann ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks gleich

(A) 168 **(B)** 80 **(C)** 84 **(D)** $6\cdot\sqrt{65}$ **(E)** $\frac{195}{2}$

17. Welchen größten Wert kann eine zweistellige Zahl n annehmen, wenn gilt, dass 10^n+1 ein Vielfaches von 101 ist?

(A) 89 **(B)** 92 **(C)** 95 **(D)** 98 **(E)** 99

18. Für welche der folgenden Größenangaben ließe sich ein Dreieck ABC konstruieren?

(A) $\overline{AB}=11, \sphericalangle BAC=63°, \sphericalangle CBA=128°$ **(B)** $\overline{AB}=11, \overline{BC}=19, \overline{CA}=7$
(C) $\overline{AB}=11, \overline{BC}=6, \sphericalangle BAC=63°$ **(D)** $\overline{AB}=11, \overline{CA}=7\ \sphericalangle CBA=128°$
(E) für keine der Angaben **(A)** bis **(D)**

19. $100^2-99^2+98^2-\cdots+2^2-1^2=$

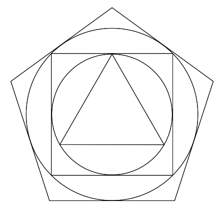
(A) 2002 **(B)** -2020 **(C)** 4040 **(D)** 5050 **(E)** 8008

20. Wenn für eine reelle Zahl $a>0$ gilt, dass $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=6$ ist, dann ist $a^3+\frac{1}{a^3}=$

(A) $4\sqrt{6}$ **(B)** $3\sqrt{6}$ **(C)** 6 **(D)** $5\sqrt{6}$ **(E)** $6\sqrt{6}$

5-Punkte-Aufgaben

21. Ich zeichne abwechselnd Vielecke und Kreise: Ich beginne mit einem gleichseitigen Dreieck, zeichne dessen Umkreis, anschließend mit diesem als Inkreis ein Quadrat, dann den Umkreis des Quadrats usw. bis ich schließlich ein regelmäßiges 16-Eck mit dem Umkreis des 15-Ecks als Inkreis gezeichnet habe (s. Abb.). In wie viele zueinander punktfremde Teile ist das Innere dieses 16-Ecks zerlegt?



(A) 232 **(B)** 240 **(C)** 248 **(D)** 264 **(E)** 272

22. Es seien $A>B>1$ Primzahlen derart, dass auch $A-B$ und $A+B$ Primzahlen sind. Dann gilt für $S=A+B+(A+B)+(A-B)$

(A) S ist geradzahlig **(B)** S ist Vielfaches von 3 **(C)** S ist Vielfaches von 5
(D) S ist Vielfaches von 7 **(E)** S ist Primzahl