Klassenstufen 9 und 10

Donnerstag, 18. März 2010 Arbeitszeit: 75 Minuten

1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die dafür vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzu addiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Ist die Antwort falsch, werden 3/4, 4/4 oder 5/4 Punkte abgezogen. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

1. Wenn die Summe der Zahlen in beiden Zeilen der Tabelle gleich ist, welche Zahl gehört dann an die Stelle des Sternchens?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	★

(**A**) 1010 (**B**) 1020 (**C**) 1910 (**D**) 1990 (**E**) 2020

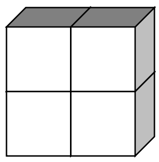
2. Welches der folgenden Resultate ist das Ergebnis der Division von 20102010 durch 2010 ?

(**A**) 11 (**B**) 101 (**C**) 1001 (**D**) 10001 (**E**) es ist keine ganze Zahl

3. Bianca hat beim letzten Mathetest exakt 85 % der Punkte bekommen, Tibor, der genau einen Punkt mehr hatte, erzielte damit sogar 90 % der möglichen Punkte. Wie viele Punkte waren maximal bei diesem Test zu erreichen?

(**A**) 5 (**B**) 17 (**C**) 18 (**D**) 20 (**E**) 22

4. Jeder der vier Würfel, die zu dem nebenstehend abgebildeten Quader zusammengefügt sind, hat eine Oberfläche von $24\,\text{cm}^2$. Welche Oberfläche hat dieser Quader?

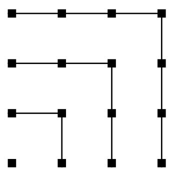


(**A**) $80\,\text{cm}^2$ (**B**) $64\,\text{cm}^2$ (**C**) $40\,\text{cm}^2$ (**D**) $32\,\text{cm}^2$ (**E**) $24\,\text{cm}^2$

5. Einen Strauß aus 12 Rosen – das hatte sich Rosa zum 12. Geburtstag gewünscht. Von jeder Rose hat sie ein Blütenblatt getrocknet, gepresst und in eine Mappe geklebt. Seither bekommt sie jedes Jahr einen „Lebensalterrosenstrauß“ mit genau so vielen Rosen, wie ihr Alter angibt. Und jedes Jahr klebt sie von *jeder* Rose ein Blütenblatt in ihre Mappe. Nach dem diesjährigen Aufkleben sind es insgesamt schon 105 Rosenblätter. Wie alt ist sie geworden?

(**A**) 21 (**B**) 20 (**C**) 19 (**D**) 18 (**E**) 17

6. Aus dem rechts stehenden Bild lässt sich ablesen, dass $1+3+5+7=4\cdot 4$ ist. Welchen Wert hat $1+3+5+7+9+11+13+15+17$?

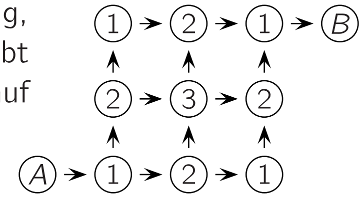


(**A**) $14\cdot 14$ (**B**) $9\cdot 9$ (**C**) $11\cdot 11$ (**D**) $16\cdot 16$ (**E**) $13\cdot 13$

7. Um aus $2\star 0\star 1\star 0=1$ eine korrekte Gleichung zu machen, sollen die Sternchen durch „$+$“, „$-$“ oder „$\cdot$“ ersetzt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

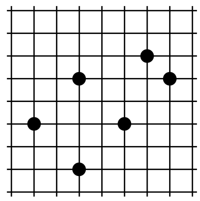
(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

8. Ein Hindernislauf führt auf unterschiedlichen Wegen, stets in Pfeilrichtung, von A nach B (s. schematische Darstellung rechts). An den Hindernissen gibt es in Abhängigkeit von der Schwierigkeit einen, zwei oder drei Stempel auf den Laufpass. Wie viele Stempel sind maximal möglich?



(**A**) 9 (**B**) 10 (**C**) 11 (**D**) 12 (**E**) 13

9. Auf kariertem Papier sind 6 Punkte markiert (s. Abb.). Wenn 3 oder 4 dieser Punkte verbunden werden, entstehen unterschiedliche geometrische Figuren. Welche der folgenden Figuren ist jedoch *nicht* möglich?



(**A**) stumpfwinkliges Dreieck
(**B**) Quadrat
(**C**) spitzwinkliges Dreieck
(**D**) Parallelogramm, das keine Raute (Rhombus) ist
(**E**) Rechteck, das kein Quadrat ist

10. Wenn $a = \frac{2009}{2010}$, $b = \frac{2010}{2011}$ und $c = \frac{2011}{2012}$ ist, welche Relation ist dann richtig?

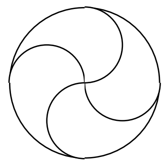
(**A**) $a < b < c$ (**B**) $a < c < b$ (**C**) $c < a < b$ (**D**) $c < b < a$ (**E**) $a = b = c$

4-Punkte-Aufgaben

11. Als unsere Mathelehrerin neulich Geburtstag hatte, erzählte sie uns, dass das Produkt aus ihrem Alter und dem Alter ihres Vaters 2010 ist. Wie alt ist sie geworden?

(**A**) 28 (**B**) 30 (**C**) 35 (**D**) 36 (**E**) 40

12. Ein Kreis mit dem Radius 4 ist durch Kreisbögen mit dem Radius 2 in vier kongruente Teile geteilt worden. Wie groß ist der Umfang eines solchen Viertels?

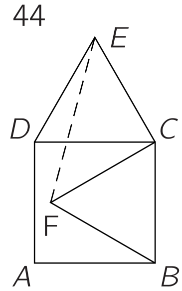


(**A**) 2π (**B**) 3π (**C**) 6π (**D**) 8π (**E**) 12π

13. Wie viele natürliche Zahlen besitzen die Ziffernsumme 22, während das Produkt der Ziffern 2 ist?

(**A**) 19 (**B**) 21 (**C**) 22 (**D**) 23 (**E**) 44

14. $ABCD$ ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 1, BCF und CED sind gleichseitige Dreiecke. Wie lang ist $\overline{EF}$?

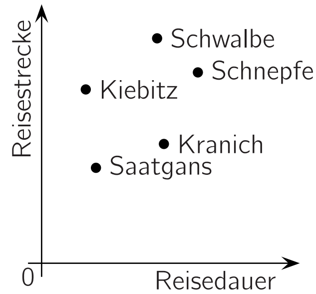


(**A**) 1 (**B**) $\sqrt{3}$ (**C**) $\sqrt{5} - 1$ (**D**) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (**E**) $\sqrt{2}$

15. Wenn in einem Monat drei Dienstage auf ein geradzahliges Tagesdatum fallen, dann fällt der 21. dieses Monats auf einen

(**A**) Mittwoch (**B**) Donnerstag (**C**) Freitag (**D**) Samstag (**E**) Sonntag

16. Um die Reise von Zugvögeln zu erforschen, werden einige Vögel mit Sendern versehen. Bei einer Untersuchung von Kranichen, Schwalben, Saatgänsen, Schnepfen und Kiebitzen wurde aus den Daten von fünf Vögeln ein Diagramm erstellt, aus dem sich Reisestrecke und Reisedauer der Schwärme ablesen lassen – und auch die durchschnittliche Reisegeschwindigkeit. Welche Vogelart hatte die größte durchschnittliche Reisegeschwindigkeit?

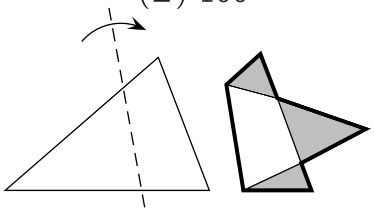


(**A**) Kranich (**B**) Saatgans (**C**) Schwalbe (**D**) Schnepfe (**E**) Kiebitz

17. Eine Seitenlänge eines Dreiecks ist 13. Die anderen beiden Seitenlängen sind die natürlichen Zahlen x und y, von denen wir wissen, dass $x \cdot y = 105$ ist. Dann ist $x + y =$

(**A**) 22 (**B**) 26 (**C**) 38 (**D**) 56 (**E**) 106

18. Ein dreieckiges Stück Papier wurde einmal gefaltet (s. Abb.). Es entstand ein Siebeneck (dick umrandet), dessen Fläche zwei Drittel der ursprünglichen Dreiecksfläche beträgt. Die Summe der Flächeninhalte der drei grauen Dreiecke ist 1. Wie groß ist die Fläche des Ausgangsdreiecks?

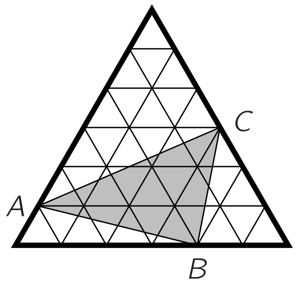


(**A**) 2 (**B**) 2,5 (**C**) 3 (**D**) 4,5 (**E**) das lässt sich nicht berechnen

19. Während unsere Eltern noch an der Supermarktkasse stehen, warten wir draußen neben zwei Reihen säuberlich ineinandergeschobener Einkaufswagen. Meine kleine Schwester probiert ihr neues Bandmaß aus und misst 2,9 m für die kürzere Wagenschlange, zu der 10 Wagen gehören. In der längeren Schlange sind 20 Wagen, und meine Schwester misst 4,9 m. Wie lang ist ein Einkaufswagen?

(**A**) 0,8 m (**B**) 0,9 m (**C**) 1,0 m (**D**) 1,1 m (**E**) 1,2 m

20. Das dick umrandete gleichseitige Dreieck besteht aus 36 gleichseitigen Dreiecken, von denen jedes den Flächeninhalt 1 cm^2 hat. Welchen Flächeninhalt hat $\triangle ABC$?

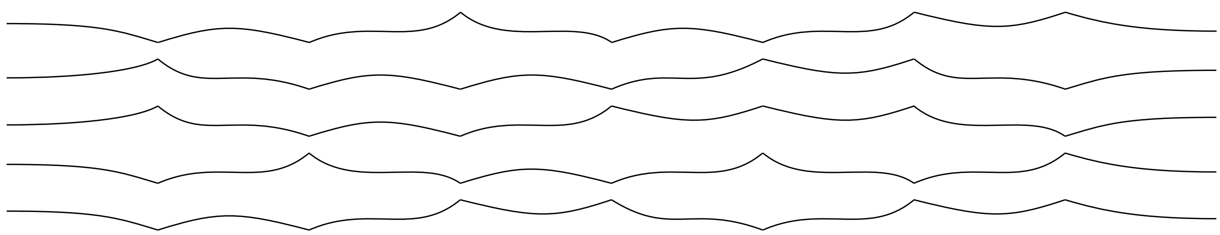


(**A**) 9 cm^2 (**B**) 10 cm^2 (**C**) 11 cm^2 (**D**) 12 cm^2 (**E**) 13 cm^2

5-Punkte-Aufgaben

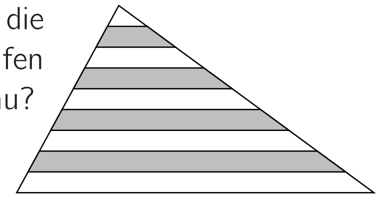
21. Ein rechteckiges Stück Papier kann auf verschiedene Weise dreimal nacheinander nach oben oder nach unten jeweils auf die Hälfte gefaltet werden. Alle Faltkanten sind zueinander parallel. Vollständig entfaltet kann das Papier vier der folgenden Seitenansichten bieten. Eine ist ausgeschlossen. Welche?

(**A**)
(**B**)
(**C**)
(**D**)
(**E**)



22. Wie viele dreistellige natürliche Zahlen haben die Eigenschaft, dass die mittlere Ziffer der Mittelwert (Durchschnitt bzw. arithmetisches Mittel) der beiden äußeren Ziffern ist?

(**A**) 15 (**B**) 28 (**C**) 36 (**D**) 45 (**E**) 49

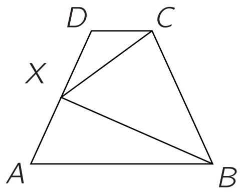


23. Parallel zur Grundlinie eines Dreiecks werden Linien gezeichnet, die die beiden anderen Seiten in 9 gleich große Teile teilen. Jeder zweite Streifen wird grau eingefärbt (s. Abb.). Welcher Anteil der Dreiecksfläche ist grau?

(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{2}{5}$ (**D**) $\frac{3}{7}$ (**E**) $\frac{4}{9}$

24. Der Mittelwert (Durchschnitt bzw. arithmetisches Mittel) von 100 gegebenen Zahlen sei 100. Wir nehmen 111 weitere Zahlen hinzu und finden als Mittelwert der 211 Zahlen 111. Dann gilt für den Mittelwert M_{111} dieser 111 Zahlen

(**A**) $M_{111} < 111$ (**B**) $M_{111} = 111$ (**C**) $111 < M_{111} < 222$
(**D**) $M_{111} = 222$ (**E**) $M_{111} > 222$



25. Das Trapez $ABCD$ ist gleichschenklig mit $\overline{AD} = \overline{BC}$, X ist der Mittelpunkt der Seite AD. Wenn $\overline{AX} = 1$ und $\measuredangle BXC = 90°$ ist (*Abb. <u>nicht</u> maßstabsgerecht*), dann ist der Umfang des Trapezes

(**A**) 6 (**B**) $4\sqrt{2}$ (**C**) $3\sqrt{5}$ (**D**) 7 (**E**) nicht berechenbar

26. Xerxes hat in seinem Raumschiff 6-, 7- und 8-armige Roboter. Dummerweise sind die 7-armigen Roboter fehlprogrammiert und alles, was sie sagen, ist gelogen. Die anderen Roboter sind in Ordnung, sie sprechen stets die Wahrheit. Einmal hört Xerxes ein Gespräch von 4 Robotern, ohne sie jedoch zu sehen. Sie sprechen über ihre Arme. Der erste Roboter behauptet: „Wir 4 haben zusammen 28 Arme.“ „Nein“, sagt der zweite, „es sind 27.“„Stimmt nicht, 26“, sagt der dritte. „Falsch, es sind 25“, beendet der vierte das Gespräch. Wie viele Arme hat der 4. Roboter?

(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 6 oder 8 (**E**) Es ist unbestimmt.

27. An jede Ecke eines Fünfecks stellen wir uns eine natürliche Zahl geschrieben vor. Keine dieser Zahlen hat mit einer Zahl einer benachbarten Ecke einen gemeinsamen Teiler > 1, aber jede der Zahlen hat mit jeder nicht-benachbarten Zahl stets einen gemeinsamen Teiler > 1. So etwas ist auf vielfältige Weise möglich. Welche der folgenden Zahlen kommt für *keine* solche Belegung in Frage?

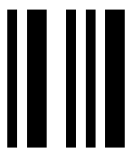
(**A**) 18 (**B**) 31 (**C**) 91 (**D**) 99 (**E**) 119

28. Wenn die 9 Winkel dreier stumpfwinkliger Dreiecke sämtlich voneinander verschieden sind, wie viele Paare lassen sich unter diesen 9 Winkeln maximal finden, deren Winkelsumme gleich 90° ist?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 3 (**E**) 4

29. Für wie viele ganze Zahlen n $(1 \leq n \leq 100)$ ist n^n eine Quadratzahl?

(**A**) für 10 (**B**) für 50 (**C**) für 51 (**D**) für 54 (**E**) für 55



30. Die Strichcodes, die wir untersuchen wollen, bestehen abwechselnd aus schwarzen und weißen Strichen und beginnen und enden schwarz. Die Striche haben die Breite 1 oder 2, und die Gesamtbreite eines Codes soll 12 sein (s. Beispiel rechts). Wie viele verschiedene Codes sind möglich, wenn stets von links nach rechts gelesen wird?

(**A**) 72 (**B**) 84 (**C**) 116 (**D**) 125 (**E**) 128